

Funkcja to przyporządkowanie każdemu elementowi dokładnie jednej wartości.

Pan x → nauczyciel
→ kierouca

Przykład 1. Wskaż funkcje:

- a) człowiek \mapsto data urodzenia +
- b) człowiek \mapsto zawód -
- c) człowiek \mapsto wzrost ?
- d) człowiek \mapsto kolor oczu



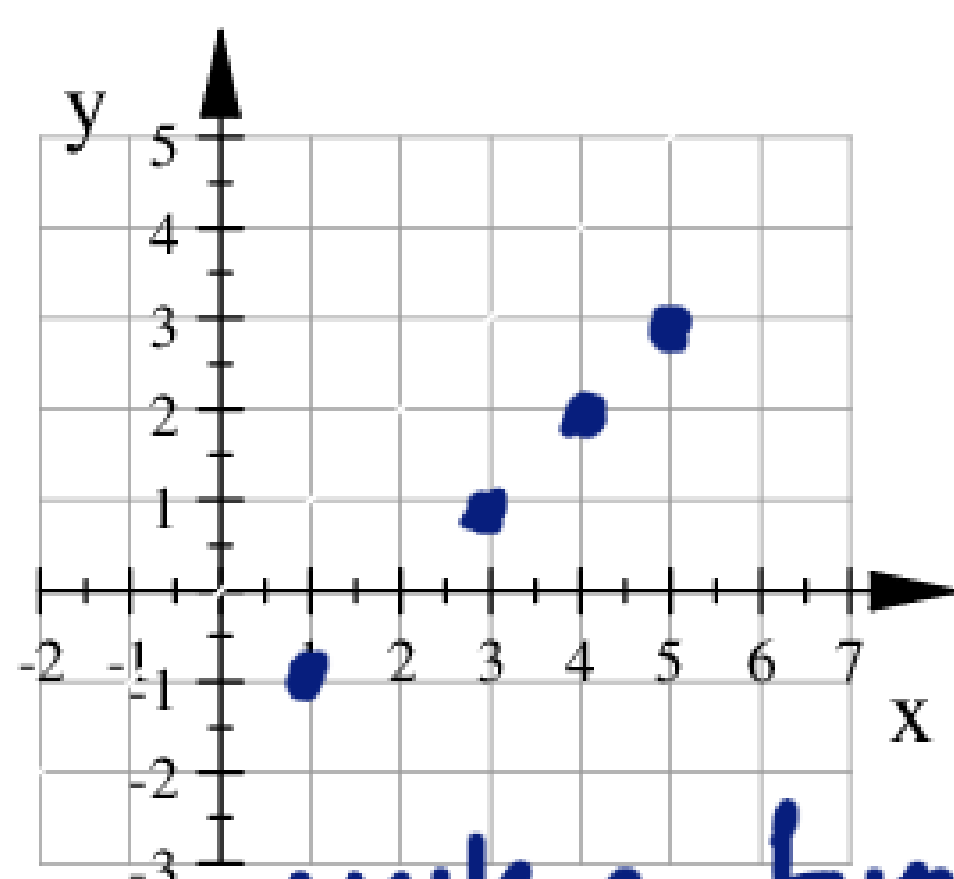
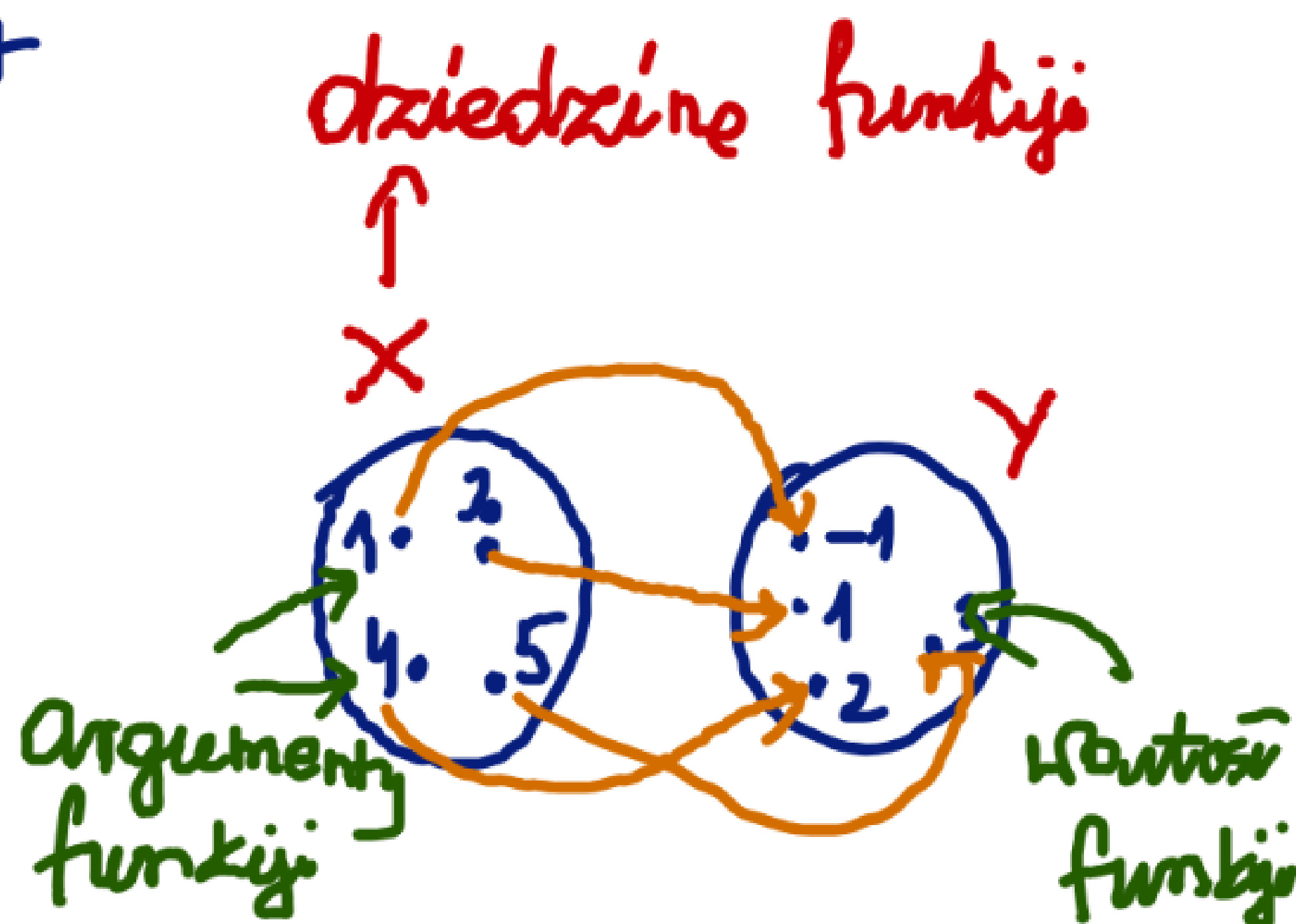
Przykład 2. Wskaż funkcje:

- a) wielokąt \mapsto wierzchołek ⊖
- b) wielokąt \mapsto pole powierzchni +
- c) wielokąt \mapsto obwód +
- d) wielokąt \mapsto liczba wierzchołków +

Różne sposoby definiowania/przedstawiania funkcji:

f: $\begin{matrix} 1 \mapsto -1 \\ 3 \mapsto 1 \\ 4 \mapsto 2 \\ 5 \mapsto 3 \end{matrix}$

x	1	3	4	5
f(x)	-1	1	2	3



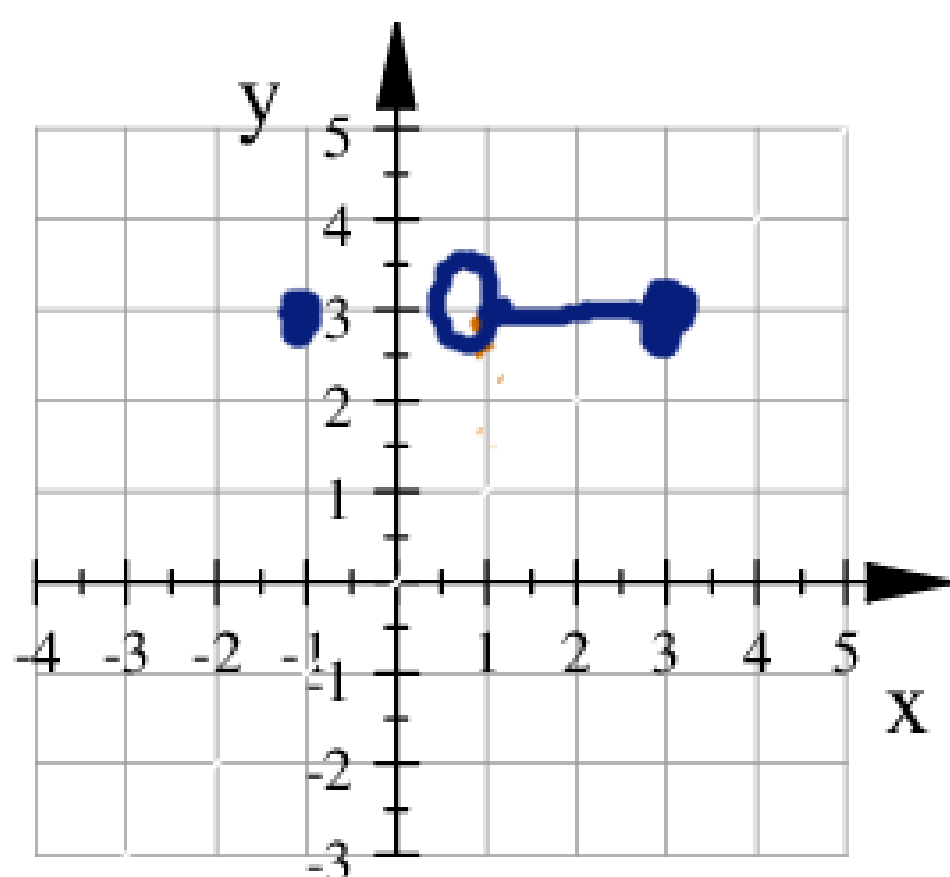
wykreś funkcji

wzór funkcji: $f(x) = x - 2$ dla $x \in \mathbb{D} \subset \mathbb{R}$

$\mathbb{D} = \{1, 3, 4, 5\}$ $Zw = \{-1, 1, 2, 3\}$

Zadanie 1. Narysuj wykres funkcji, określ jej dziedzinę i zbiór wartości:

a) $f(x) = 3$ dla $x \in \{-1\} \cup (1, 3)$



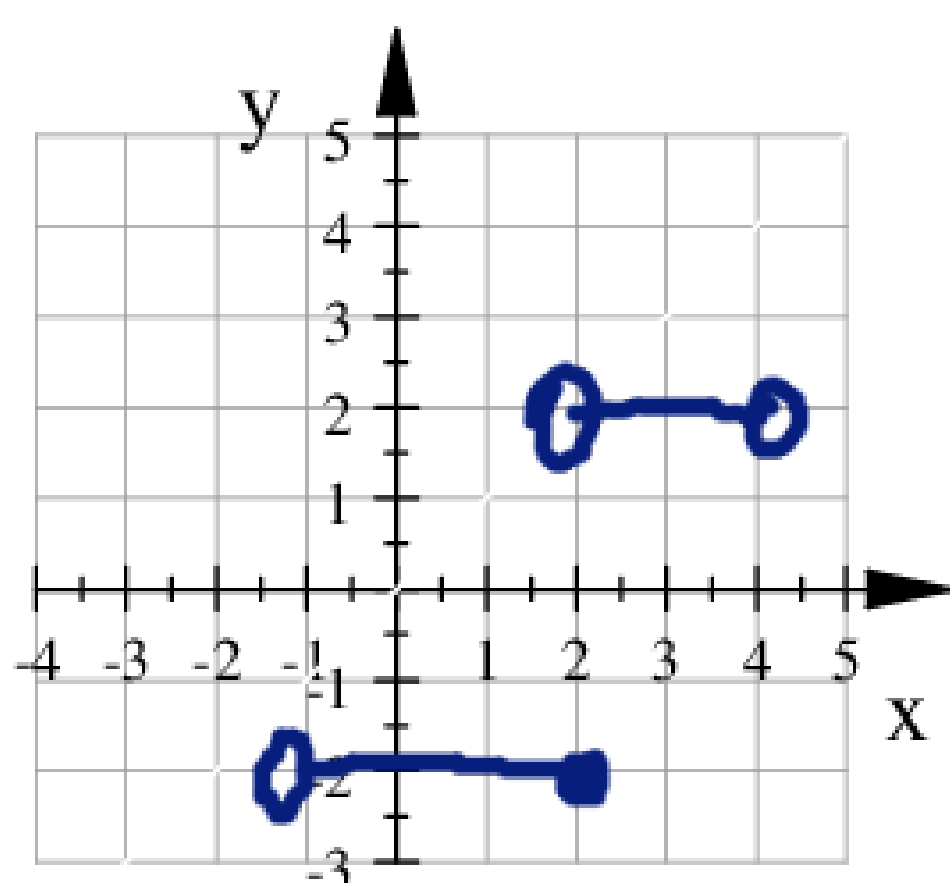
funkcja stała

$$D = \{-1\} \cup (1, 3)$$

$$Zw = \{3\}$$

zbiór

b) $f(x) = \begin{cases} -2 & \text{dla } x \in (-1, 2) \\ 2 & \text{dla } x \in (2, 4) \end{cases}$



$$D = (-1, 4)$$

$$Zw = \{-2, 2\}$$

Funkcją liniową nazywamy funkcję postaci $f(x) = ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$

Własności funkcji liniowej:

- $D = \mathbb{R}$

- $Zw = \mathbb{R}$ lub $\{b\}$ (gdy $a=0$)

- wykresem jest prosta

- a – współczynnik kierunkowy

f rośnie gdy $a > 0$

f maleje gdy $a < 0$

f stała gdy $a = 0$

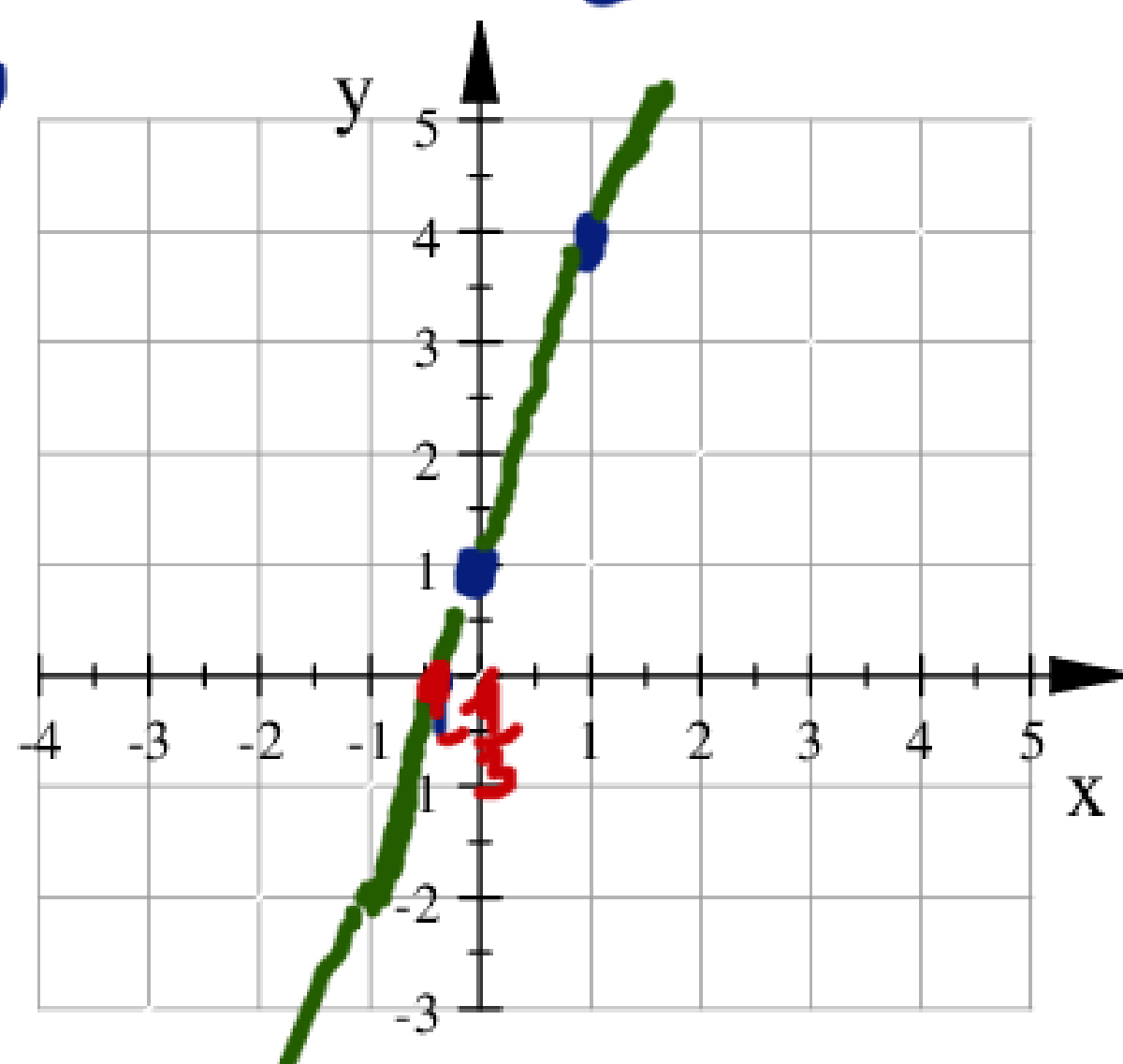
$$f(x) = 0$$

Zadanie 2. Narysuj wykres funkcji i określ jej monotoniczność. Wyznacz miejsca zerowe.

a) $f(x) = 3x + 1$

$x \in \mathbb{R}$

$a = 3 \quad b = 1$



$y = f(x)$

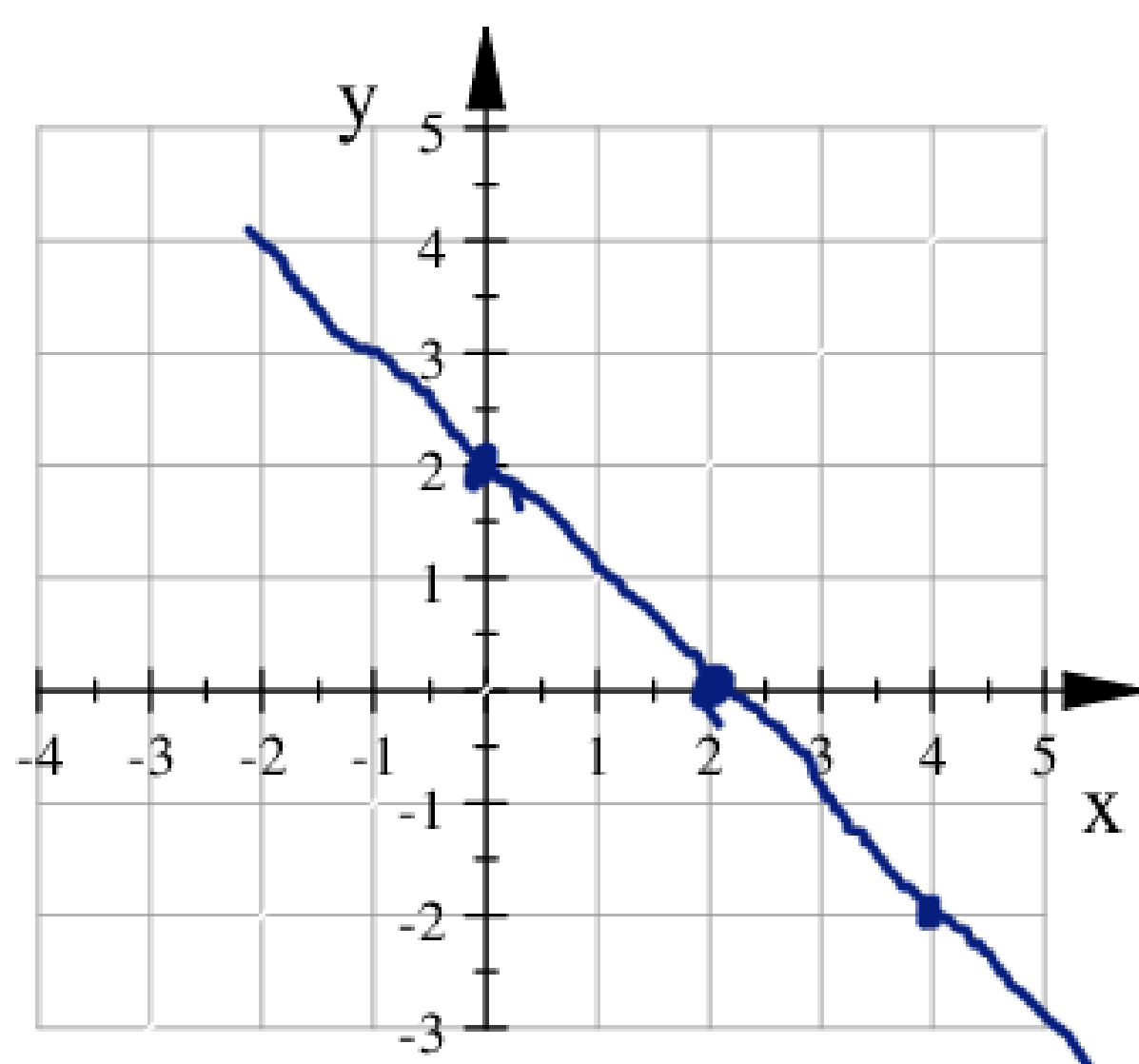
x	0	1	-1
y	1	4	

$a > 0$ f. rosnąca

miejsca zerowe : $3x + 1 = 0$
 $3x = -1 \quad | :3$
 $x = -\frac{1}{3}$

$\leftarrow a = -1 < 0$

b) $f(x) = -x + 2$

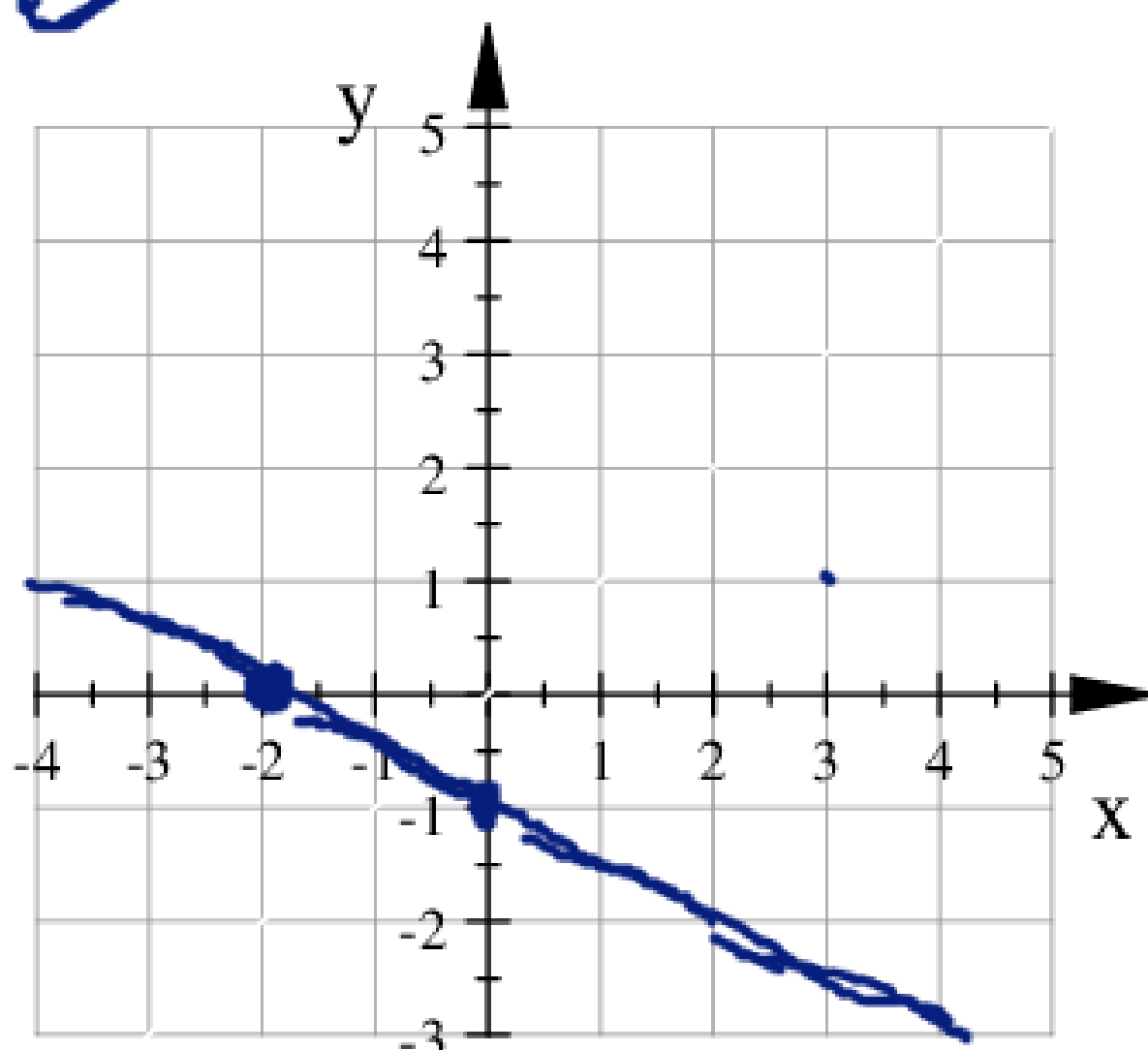


x	0	4
y	2	-2

f. malejąca
 $\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{Z} = \mathbb{R}$

miejsca zerowe : $-x + 2 = 0$
 $x = 2$

c) $f(x) = -1 - \frac{1}{2}x$



x	0	-2
y	-1	0

$\frac{1}{2}$

f. malejąca ($a = -\frac{1}{2}$)

$\mathbb{D} = \mathbb{R}, \mathbb{Z} = \mathbb{R}$

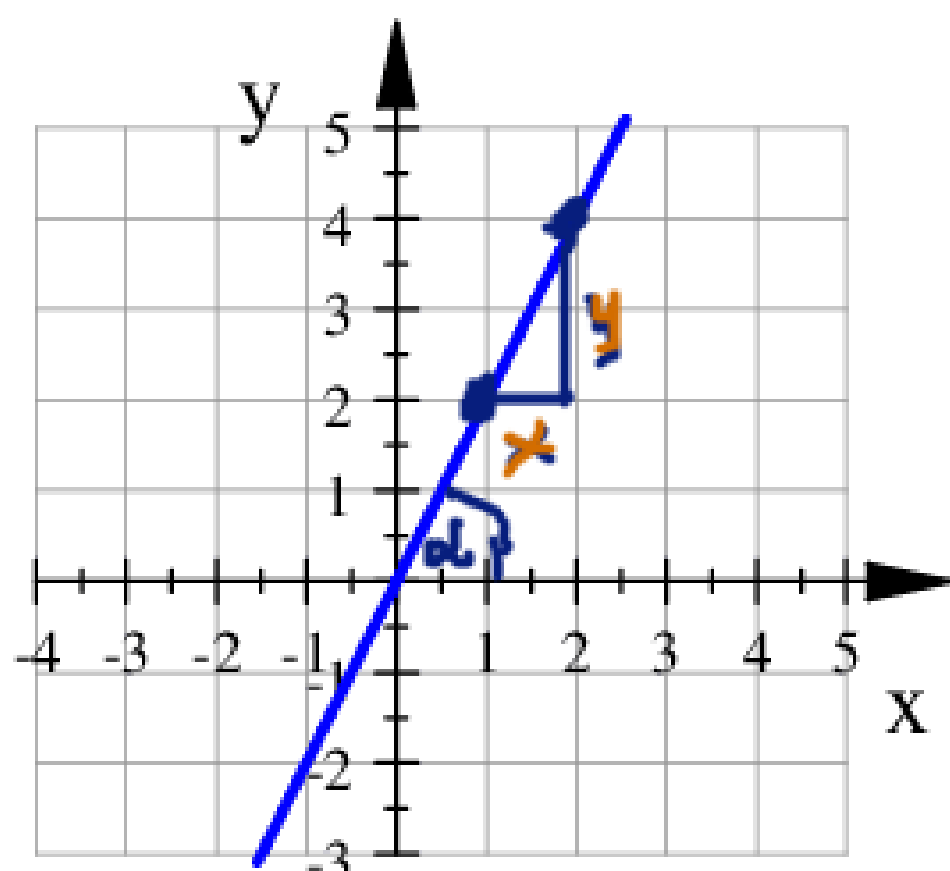
miejsca zerowe : -2

Zadanie 3. Wyznacz wzór funkcji liniowej znając jej wykres.

$$\text{tg} \alpha = \frac{y}{x} = a$$

a)

$$a = ? \quad a = 2$$

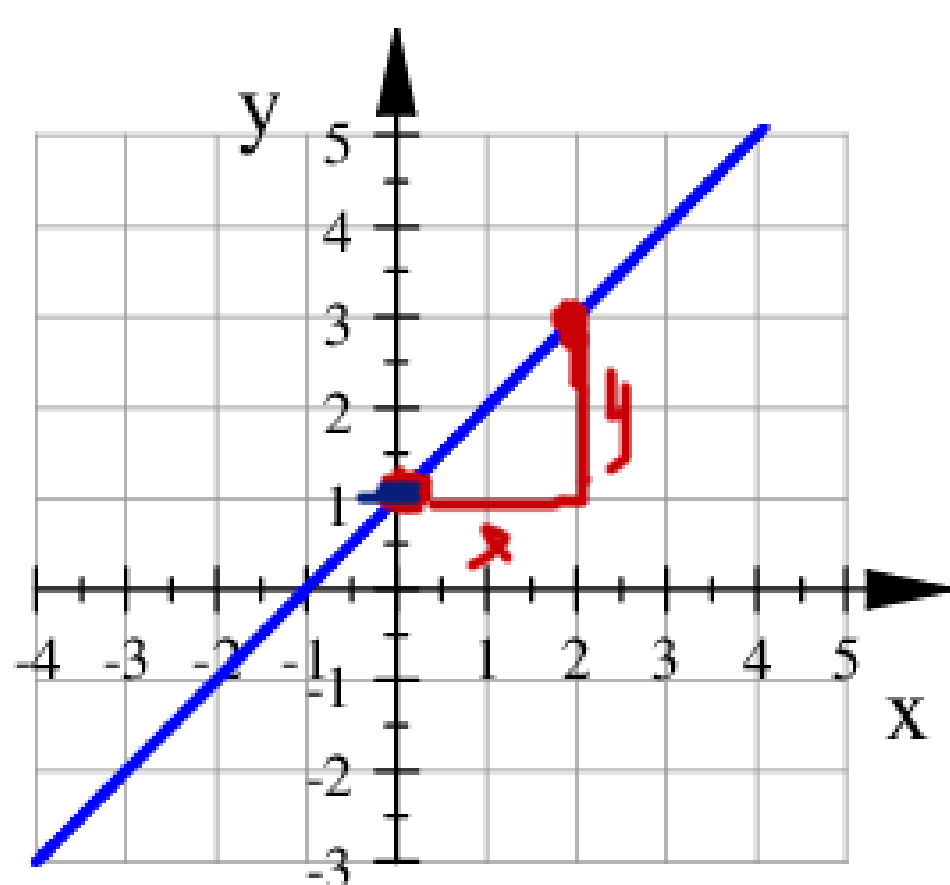


$$f(x) = ax + b$$

$$f(0) = b \quad (0, \underline{b})$$

$$f(x) = 2x + \boxed{0}$$

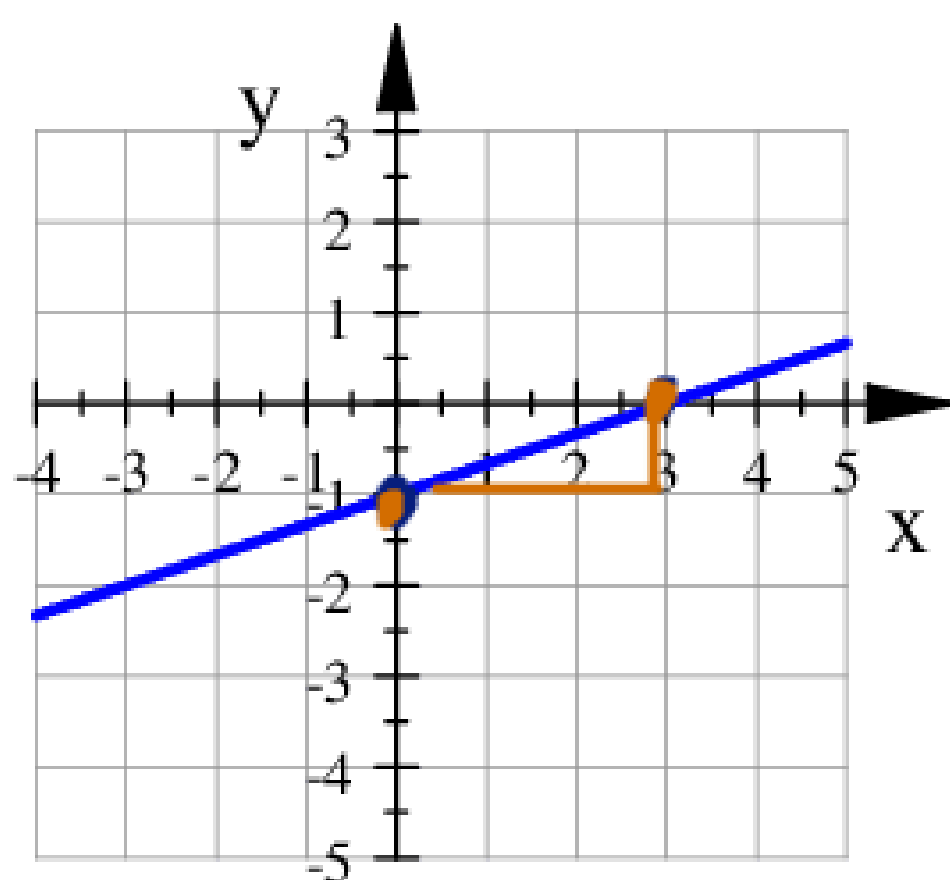
b)



$$a = \frac{2}{2} = 1$$

$$f(x) = x + 1$$

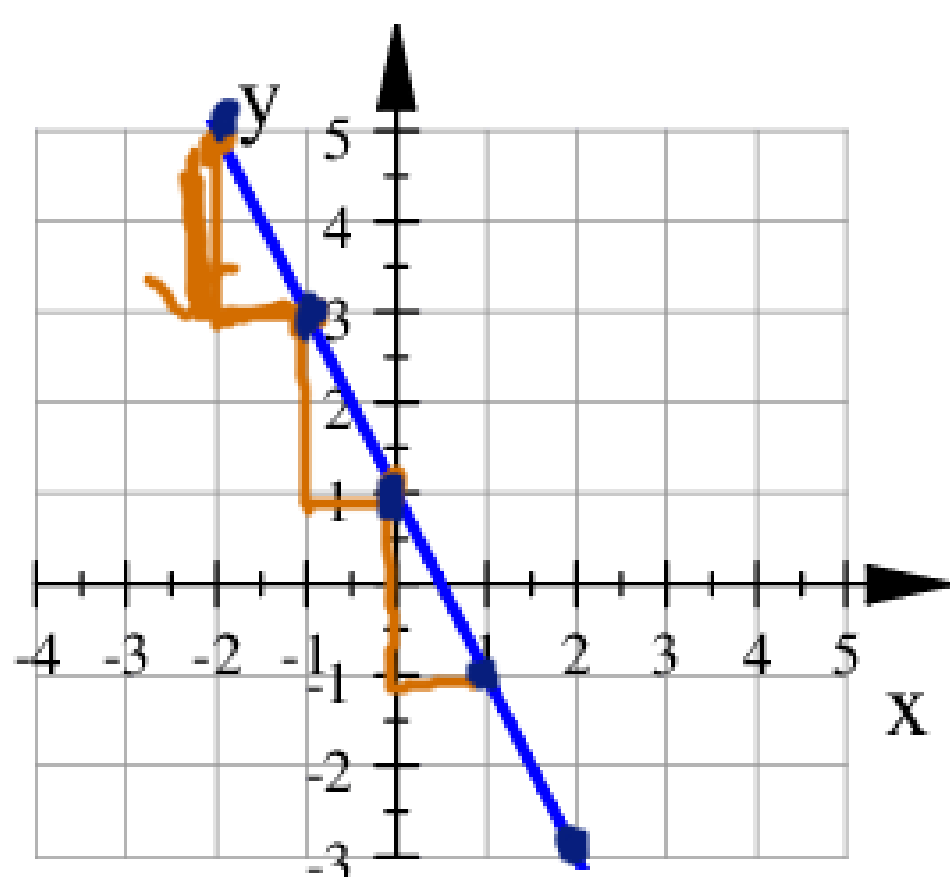
c)



$$\frac{1}{3}$$

$$f(x) = \frac{1}{3}x - 1$$

d)



$$-2$$

$$f(x) = -2x + 1$$

prosta jest
wykresem f

$$(x, y)$$

$$y = -2x + 1$$

równanie
prostej

działania na ułamkach! wzory skróconego mnożenia

str. 5

1 now, 0 now, \mathbb{R}

Zadanie 4. Rozwiąż równania liniowe:

a) $\underline{2x + 5 = 4x - 1}$

$$2x - 4x = -1 - 5$$

$$-2x = -6 \quad | :(-2)$$

$$\boxed{x = 3}$$

$$\frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} - \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{4}{6} - \frac{3}{6} =$$

$$= \frac{1}{6}$$

b) $\underline{\frac{1}{2}x + 5 = \frac{2}{3}x}$

$$5 = \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}x$$

$$5 = \frac{1}{6}x \quad | \cdot 6$$

$$\boxed{x = 30}$$

drugi sposób:

$$\frac{1}{2}x + 5 = \frac{2}{3}x \quad | \cdot 6$$

$$3x + 30 = 4x$$

$$30 = x$$

c) $\underline{x^2 + 2(x+1) = (x+1)^2 + 1}$

$$\underline{x^2 + 2x + 2 = x^2 + 2x + 1 + 1}$$

2=2
tożsamość

$$\boxed{x \in \mathbb{R}}$$

$$\rightarrow (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

(c)

$$x^2 + 2(x+1) = (x+1)^2$$

$$2 = 1 \text{ fałsz}$$

brak rozwiązania

d) $\underline{\sqrt{2}x - 2 = 2 - x}$

$$\sqrt{2}x + x = 4$$

$$x(\sqrt{2} + 1) = 4 \quad | :(\sqrt{2} + 1)$$

$$x = \frac{4}{\sqrt{2} + 1}$$

$$\begin{aligned} \frac{4}{\sqrt{2} + 1} &= \frac{4}{\sqrt{2} + 1} \cdot \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} - 1} = \frac{4(\sqrt{2} - 1)}{2 - 1} = \\ &= \frac{4(\sqrt{2} - 1)}{1} = 4\sqrt{2} - 4. \end{aligned}$$