

Zadanie 5. Rozwiąż nierówności liniowe:

a)  $3x + 5 < 4x$ ,  $x \in \mathbb{R}$  ( $D = \mathbb{R}$ )

$$5 < 4x - 3x$$

$$x > 5$$

Odp.  $x \in (5, +\infty)$

b)  $\frac{1}{2}x - 2 \geq \frac{1}{4}x$

$$\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}x \geq 2 \quad | \cdot 4$$

$$2x - x \geq 8$$

$$x \geq 8$$

Odp.  $x \in [8, +\infty) = [8, +\infty)$

c)  $x + \sqrt{2} < \sqrt{3}x + 2$

$$x - \sqrt{3}x < 2 - \sqrt{2}$$

$$x(1 - \sqrt{3}) < 2 - \sqrt{2} \quad | : (1 - \sqrt{3})$$

$$x > \frac{2 - \sqrt{2}}{1 - \sqrt{3}}$$

$$x > \underbrace{-1 - \sqrt{3} + \frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{6}}_a$$

Odp.  $x \in (a, +\infty)$

$$\frac{2 - \sqrt{2}}{1 - \sqrt{3}} \cdot \frac{1 + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{2 + 2\sqrt{3} - \sqrt{2} - \sqrt{6}}{1 - 3}$$

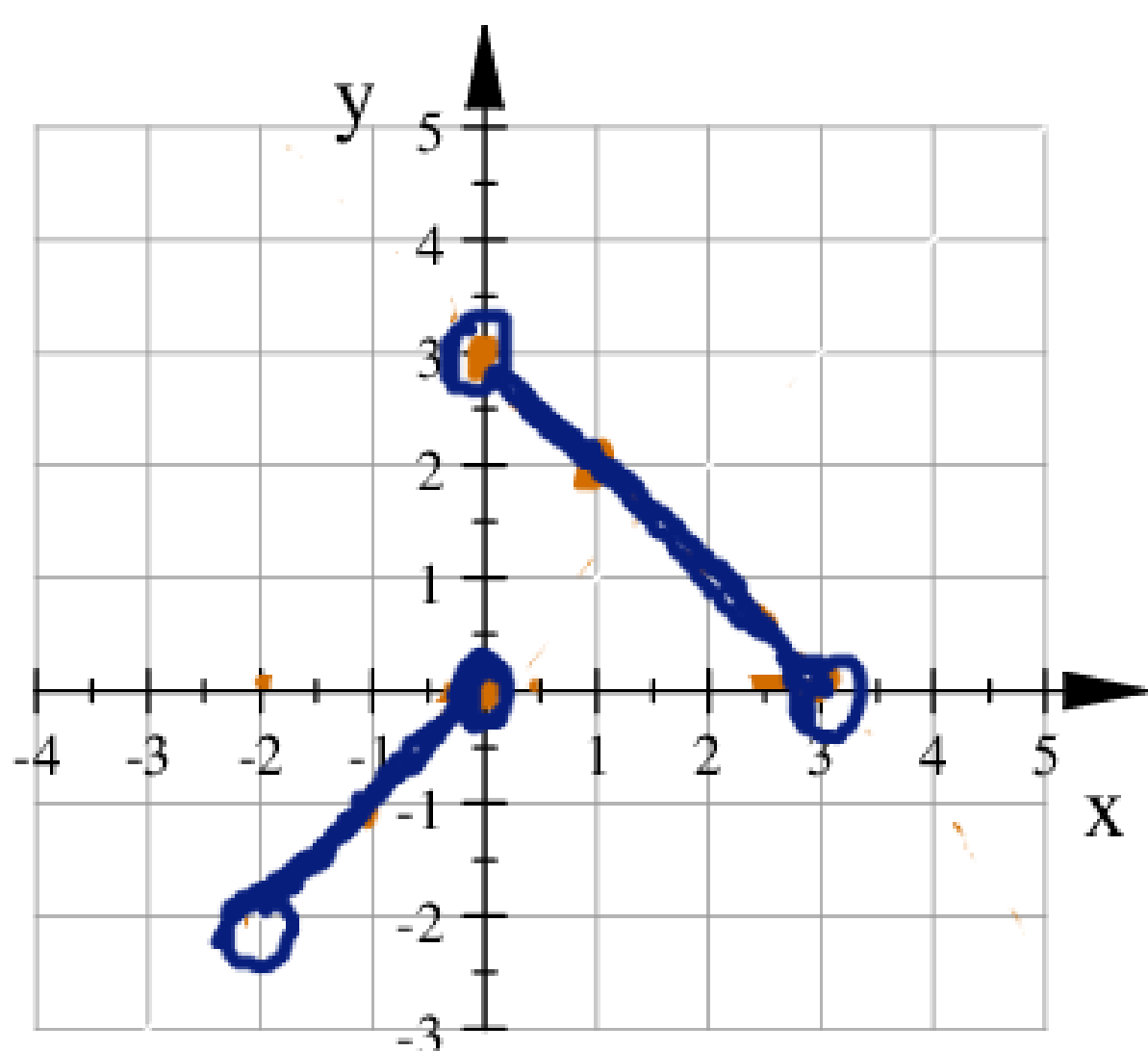
$$= \frac{2 + 2\sqrt{3} - \sqrt{2} - \sqrt{6}}{-2} =$$

$$= -1 - \sqrt{3} + \frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{6}$$

$D =$        $ZW =$       przedz. monot,      miejsce zerowe

Zadanie 6. Narysuj wykres funkcji i określ jej własności.

a)  $f(x) = \begin{cases} x & \text{dla } x \in (-2, 0) \\ 3-x & \text{dla } x \in (0, 3) \end{cases}$



$$y = x$$

x	0	-2
y	0	-2

$$y = 3 - x$$

x	0	3
y	3	0

$$D = (-2, 0) \cup (0, 3)$$

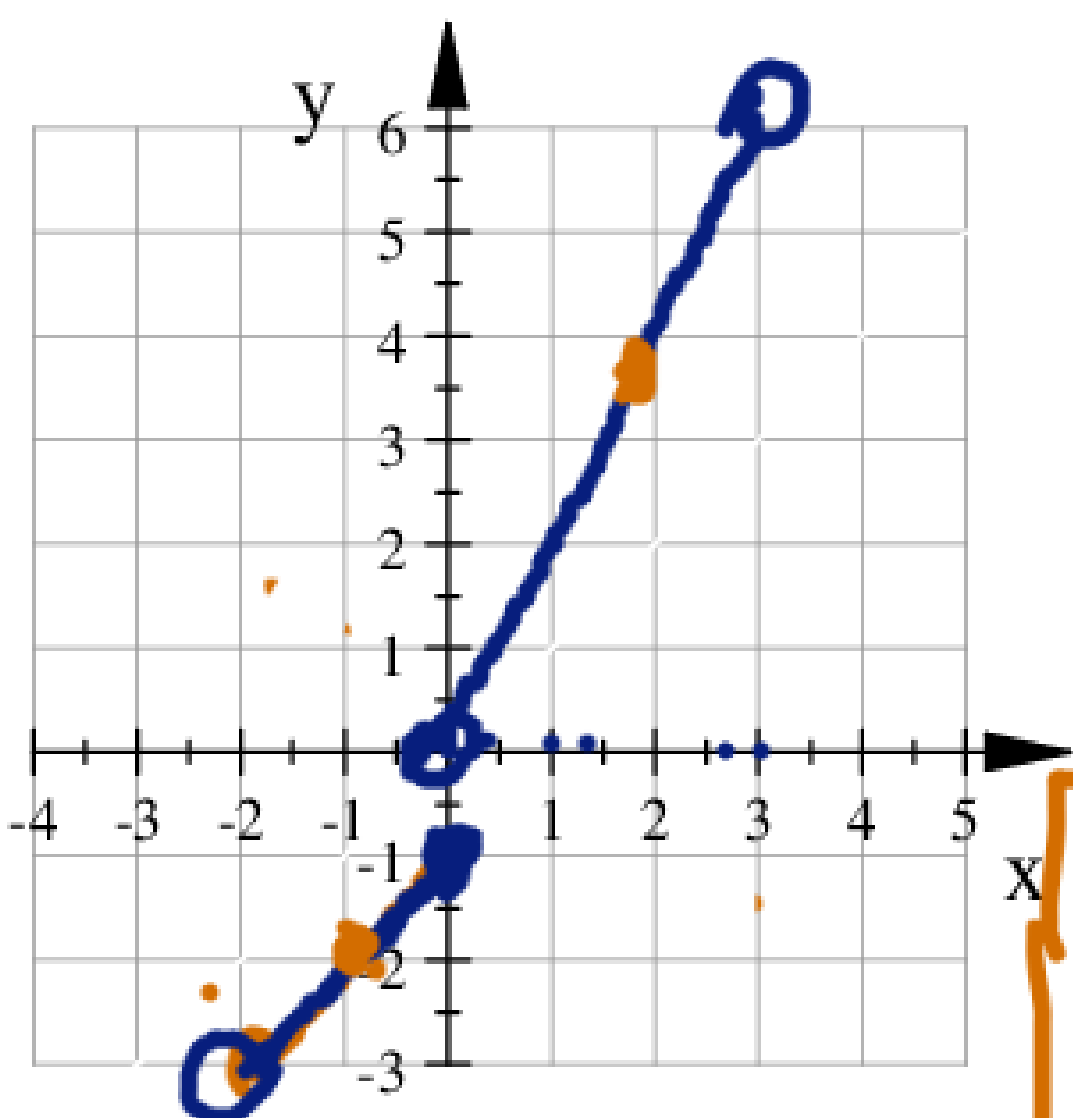
$$ZW = (-2, 0) \cup (0, 3) = (-2, 3) \setminus \{0\}$$

brak miejsc zerowych

f rośnie na  $(-2, 0)$

f maleje na  $(0, 3)$

b)  $f(x) = \begin{cases} x-1 & \text{dla } x \in (-2, 0) \\ 2x & \text{dla } x \in (0, 3) \end{cases}$



$$y = x - 1$$

$$y = 2x$$

$$D = (-2, 3)$$

$$ZW = (-3, -1] \cup (0, 6)$$

brak miejsc zerowych

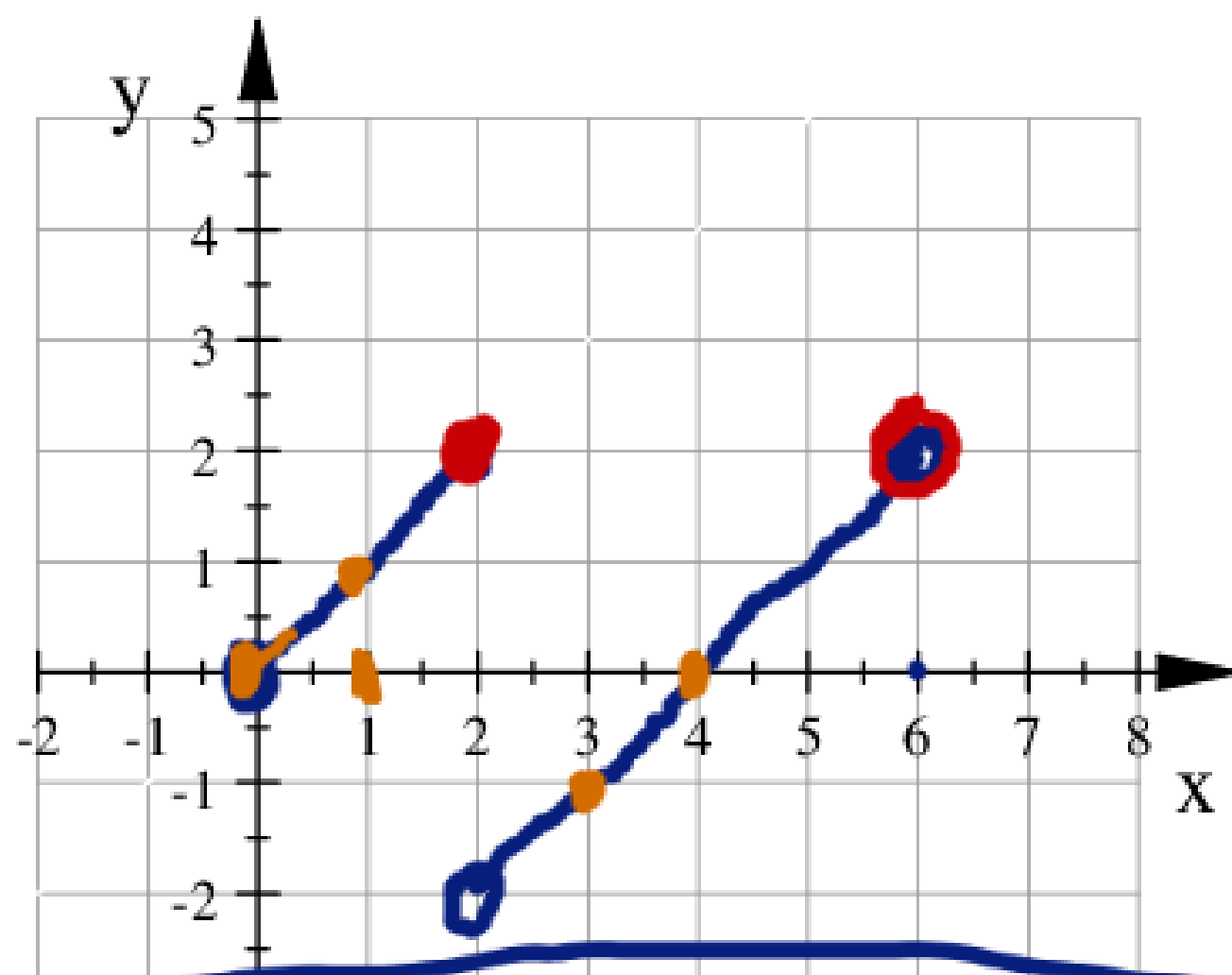
f. rosnąca (w D)

c) dla czego f nie jest rosnąca?

$$x_1 = 1 < x_2 = 3.$$

$$f(x_1) = 1 > f(x_2) = -1$$

c)  $f(x) = \begin{cases} x & \text{dla } x \in (0, 2) \\ x-4 & \text{dla } x \in (2, 6) \end{cases}$



$$D = [0, 6)$$

$$ZW = (-2, 2]$$

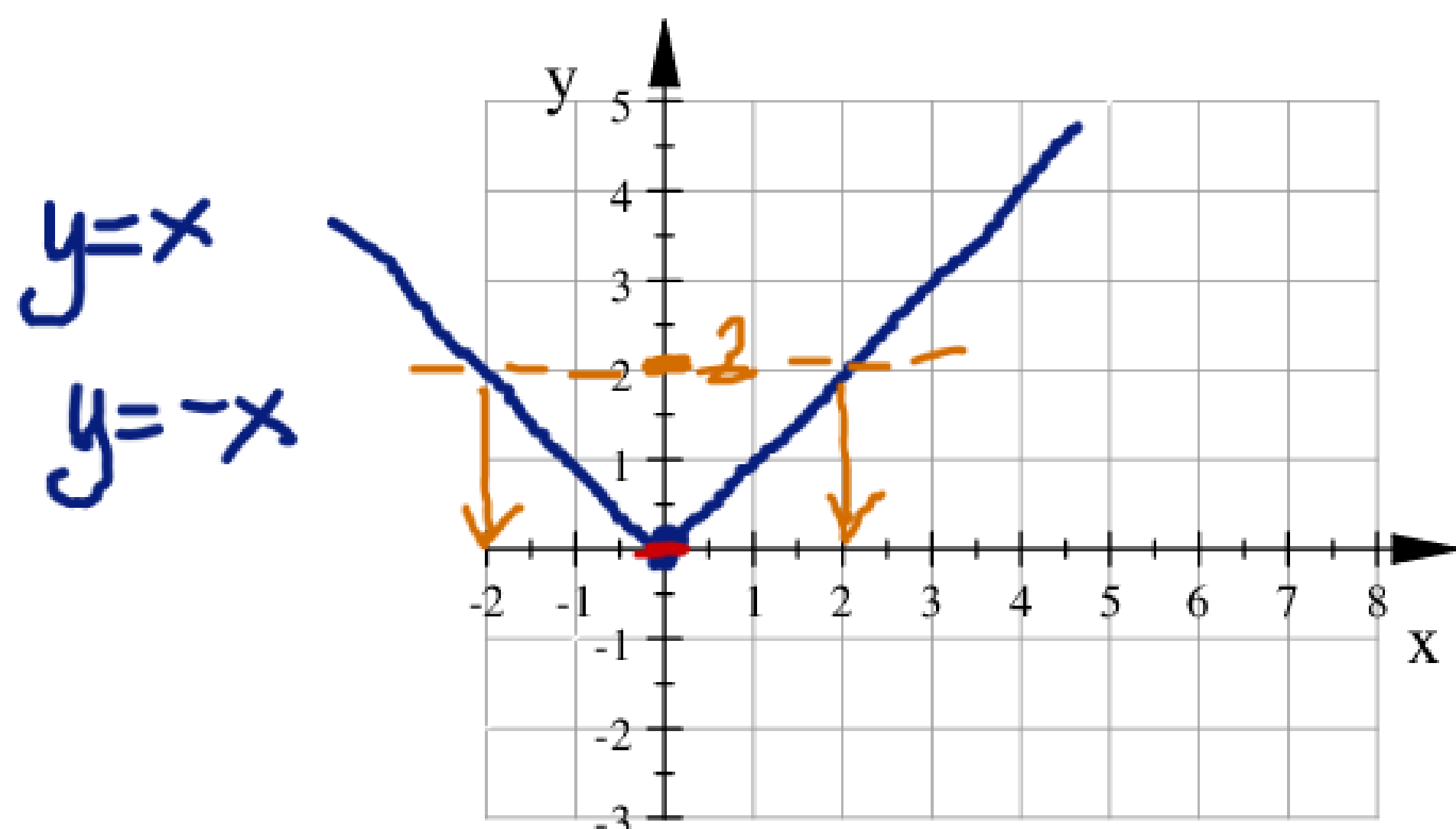
miejsca zerowe: 0, 4

f rosnąca na  $[0, 2]$

f rosnąca na  $(2, 6)$

$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2) ?$$

d)  $f(x) = \begin{cases} x & \text{dla } x \geq 0 \\ -x & \text{dla } x < 0. \end{cases} = |x|$



•  $D = \mathbb{R}$

•  $ZW = [0, +\infty)$

• miejsca zerowe:  $x=0$

• monotoniczność:

$f$  maleje na  $(-\infty, 0)$

$f$  rośnie na  $(0, +\infty)$

•  $f$  parzysta (wykres symetryczny wzgl. osi  $Oy$ )

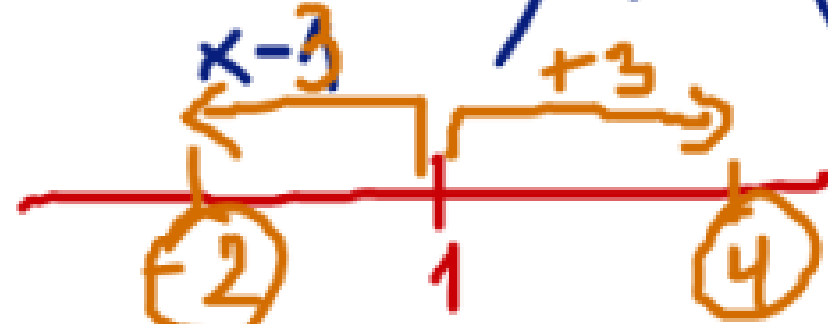
$|x-y|$  - odlegość  $x$  od  $y$

Zadanie 7. Rozwiąż równania

a)  $|x| = 2 \Leftrightarrow (x=2 \vee x=-2)$

b)  $|x-1| = 3 \Leftrightarrow |z| = 3 \Leftrightarrow (z=3 \vee z=-3) \Leftrightarrow (x=4 \vee x=-2)$

$|x-1|$  - odlegość  $x$  od 1



c)  $|x+2| = 1 \Leftrightarrow (x=-3 \vee x=-1)$

$|x+2|$  - odlegość  $x$  od -2



d)  $|x+3| = 0 \Leftrightarrow x+3=0 \Leftrightarrow x=-3$

e)  $|2-x| = 1 \Leftrightarrow |x-2| = 1 \Leftrightarrow (x=1 \vee x=3)$

⊗  $|x-2| = |2-x|$

$|2-x| = |-(x-2)| =$   
 $= |-1 \cdot (x-2)| =$   
 $= \boxed{-1} \cdot |x-2| =$   
 $= |x-2|$

f)  $|x| = -1$  - brak rozwiązań

Zadanie 8. Rozwiąż nierówności:

a)  $|x-2| < 1$  odlegość mniejsza od 1



b)  $|x+2| > 4 \Leftrightarrow (-\infty, -6) \cup (2, +\infty)$



c)  $|x+1| > -4 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$

$|x-2| \leq 2$

$x \in [0, 4]$

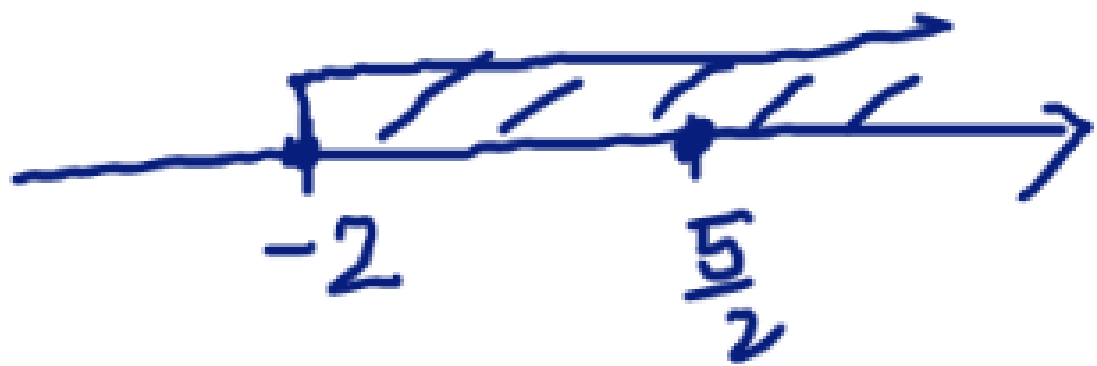
Zadanie 9. Rozwiąż równania:

a)  $|x+2| = 3x-3$

1)  $x \geq -2$

$$x+2 = 3x-3$$

$$x = \frac{5}{2} \in [-2, +\infty)$$



Odp.  $x = \frac{5}{2}$

b)  $|2x-4| = 1-2x$

1)  $x \geq 2$

$$2x-4 = 1-2x$$

$$x = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4} \notin [2, +\infty)$$



Odp. brak rozwiązań

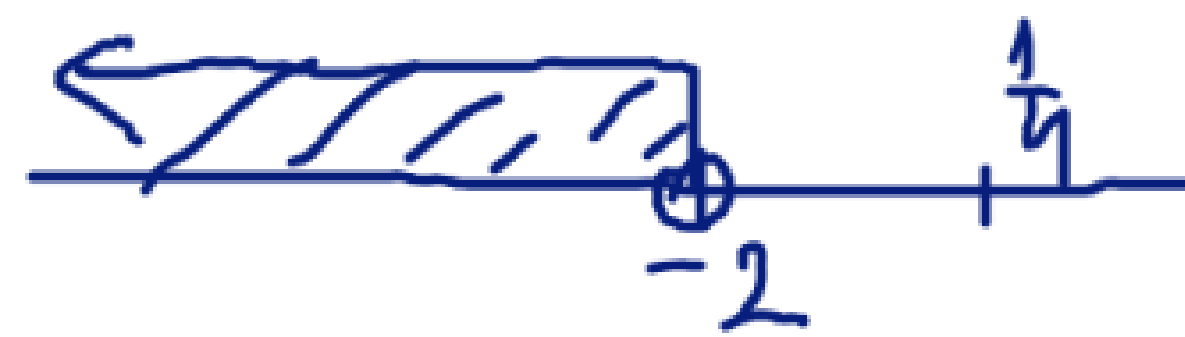
$$|x+2| = \begin{cases} x+2 & \text{gdy } x+2 \geq 0 \\ -x-2 & \text{gdy } x+2 < 0 \end{cases}$$

$(x \geq -2)$

2)  $x < -2$

$$-x-2 = 3x-3$$

$$x = \frac{1}{4} \notin (-\infty, -2)$$



$$|2x-4| = \begin{cases} 2x-4 & \text{gdy } x \geq 2 \\ -(2x-4) & \text{gdy } x < 2 \end{cases}$$

2)  $x < 2$

$$-2x+4 = 1-2x$$

$$4 = 1$$

sprzeczność