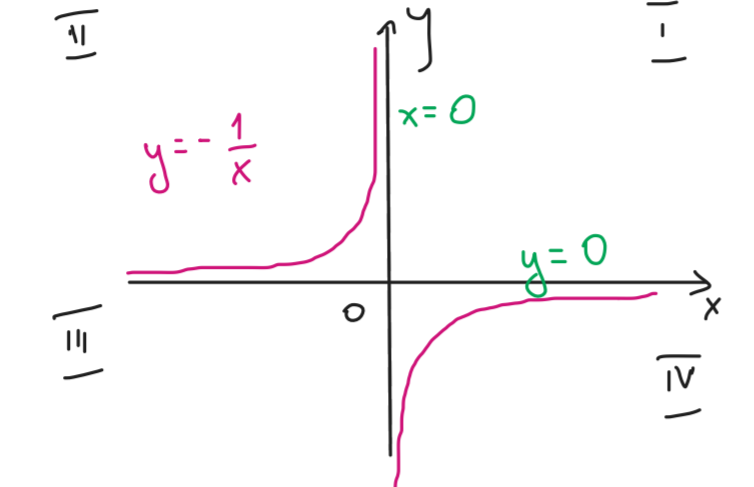
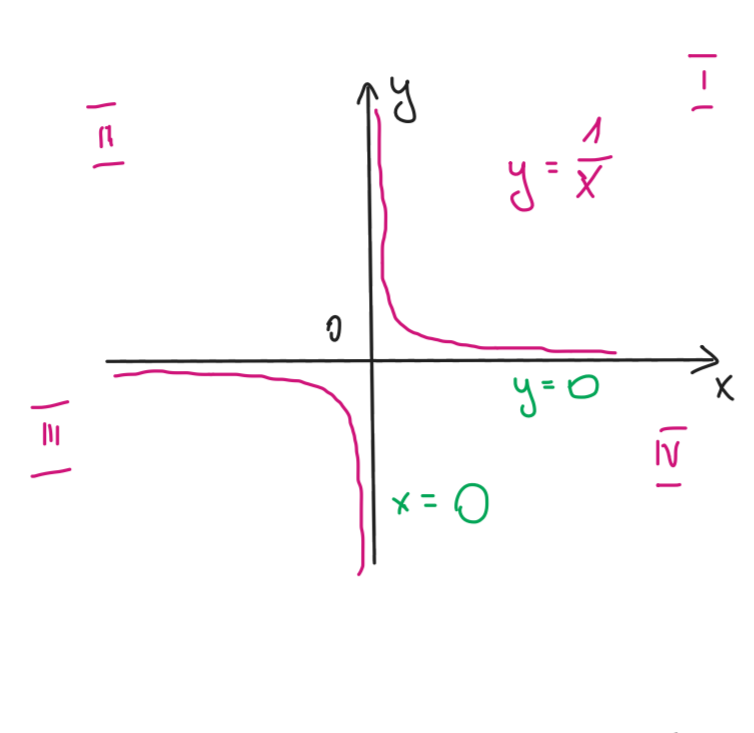


funkcję postaci $y = \frac{a}{x}$, $a > 0$ i $x \in \mathbb{R}_+$,
 nazywamy proporcjonalnością odwrotną.
 Wielkości x i y nazywamy odwrotnie
 proporcjonalnymi, zaś liczbę a - współczynnikiem
 proporcjonalności.

Wykresem funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$
 oraz $a \neq 0$ jest hiperbola. Prosta $y=0$ jest
 jej asymptotą poziomą, prosta $x=0$ jest jej
 asymptotą pionową.

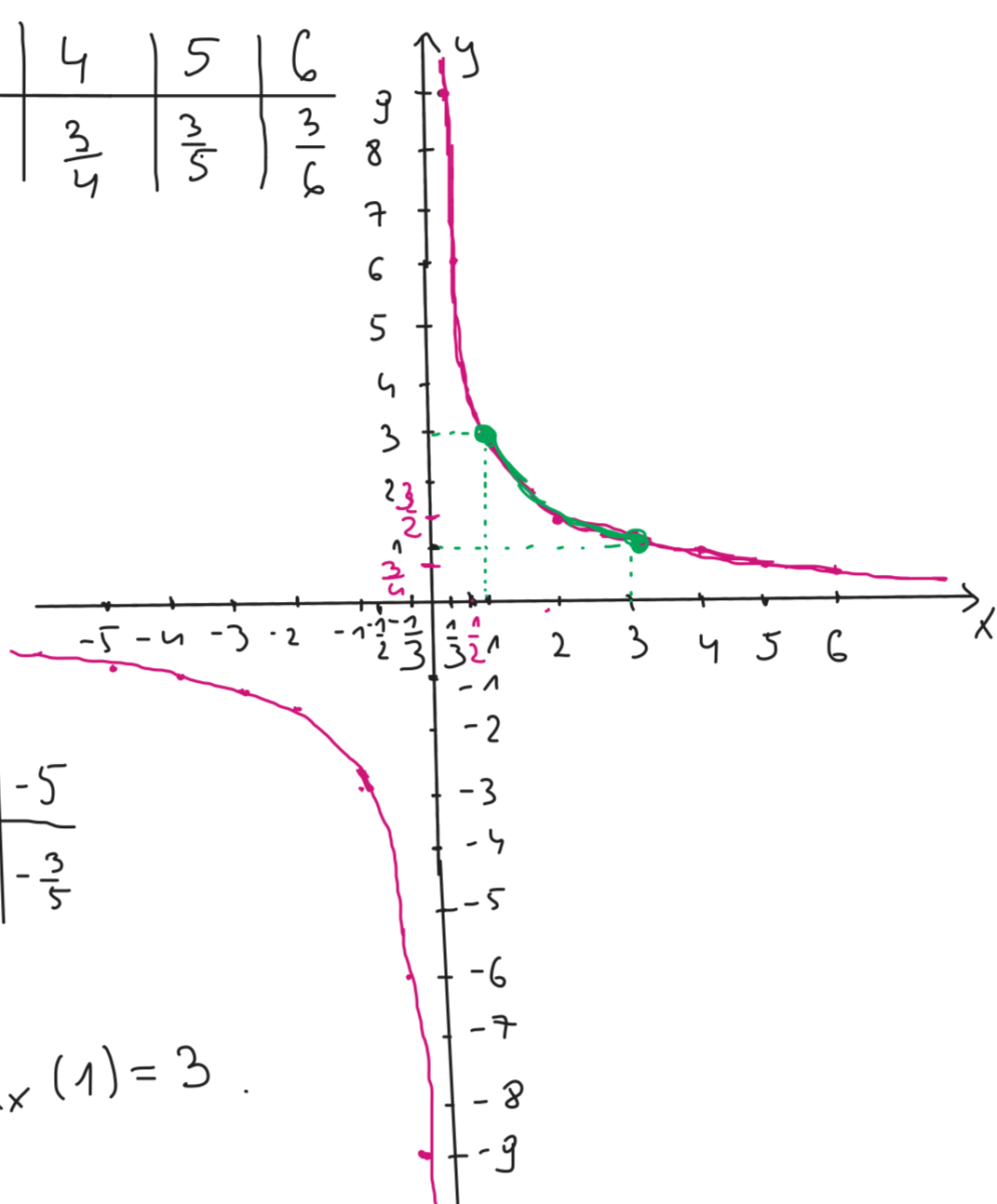


Zadanie 1 Narysuj wykres funkcji f i podaj
 jej wartości najmniejszą i największą
 w przedziale $\langle 1, 3 \rangle$:

a) $f(x) = \frac{3}{x}$

x	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4	5	6
$y = \frac{3}{x}$	9	6	3	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{2}$

$f(\frac{1}{3}) = \frac{3}{\frac{1}{3}} = 3 \cdot \frac{3}{1} = 9$
 $f(\frac{1}{2}) = \frac{3}{\frac{1}{2}} = 6$



x	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	-3	-4	-5
$y = \frac{3}{x}$	-9	-6	-3	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{5}$

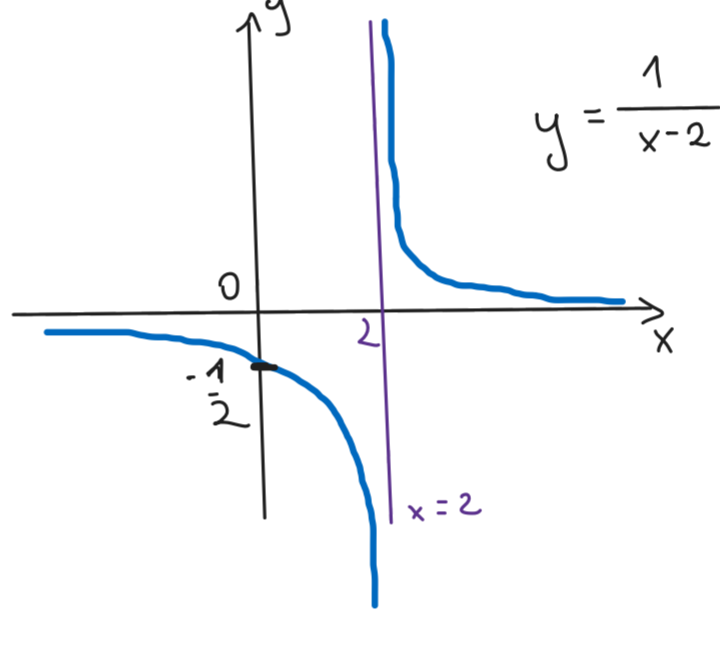
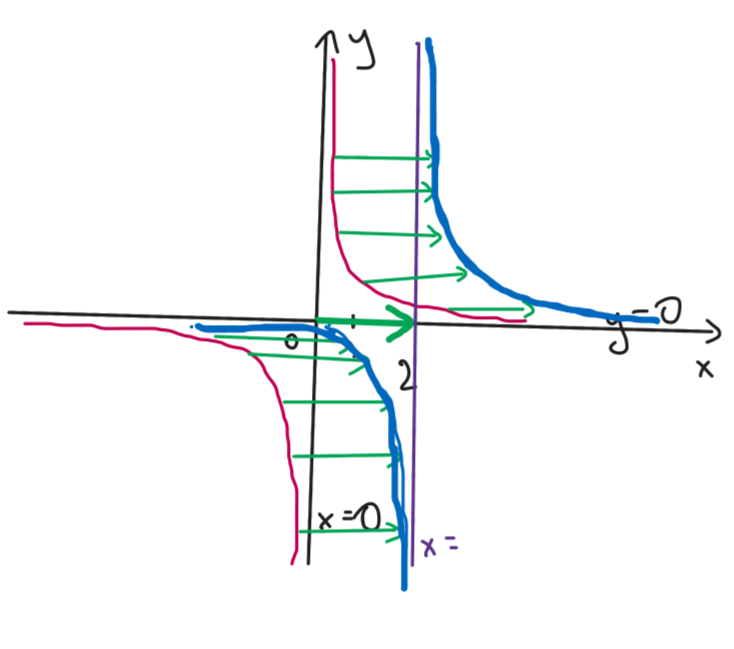
Odp.: $f_{\min}(3) = 1$, $f_{\max}(1) = 3$.

Zadanie Narysuj wykres funkcji:

a) $y = \frac{1}{x-2}$

b) $y = \frac{1}{x-2} + 3$

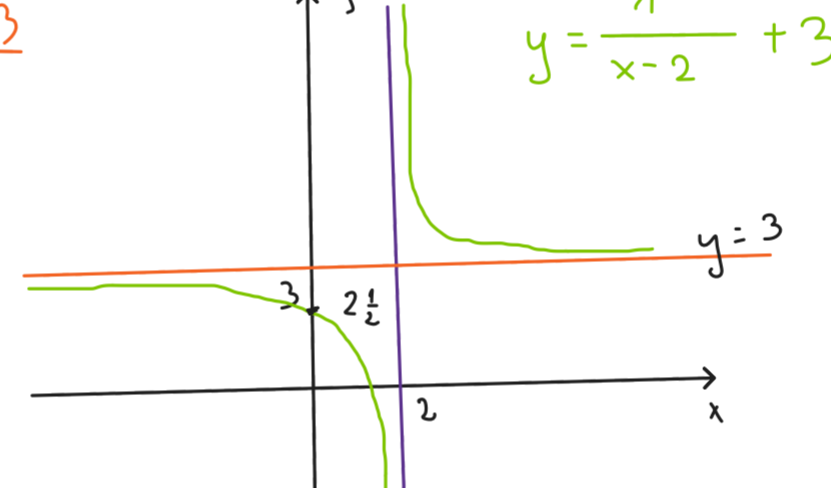
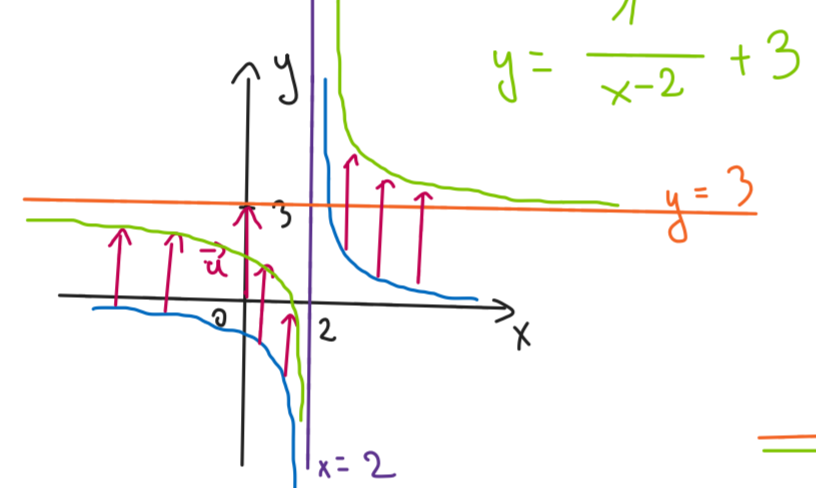
Ad. a) 1 krok: szkicujemy wykres funkcji $y = \frac{1}{x}$
 2 krok: przesuwamy wykres funkcji $y = \frac{1}{x}$
 o wektor $\vec{u} = [2, 0]$



Ad. b) 1 krok: szkicujemy wykres

funkcji $y = \frac{1}{x-2}$

2 krok: przesuwamy wykres funkcji $y = \frac{1}{x-2}$
 o wektor $\vec{u} = [0, 3]$



dla $x=0$ mamy: $y = -\frac{1}{2} + 3$
 $y = 2\frac{1}{2}$

Zadanie Narysuj wykres funkcji: $y = \frac{1}{x-1} + 2$

1 krok: $y = \frac{1}{x}$
 2 krok: $\vec{u} = [1, 2]$

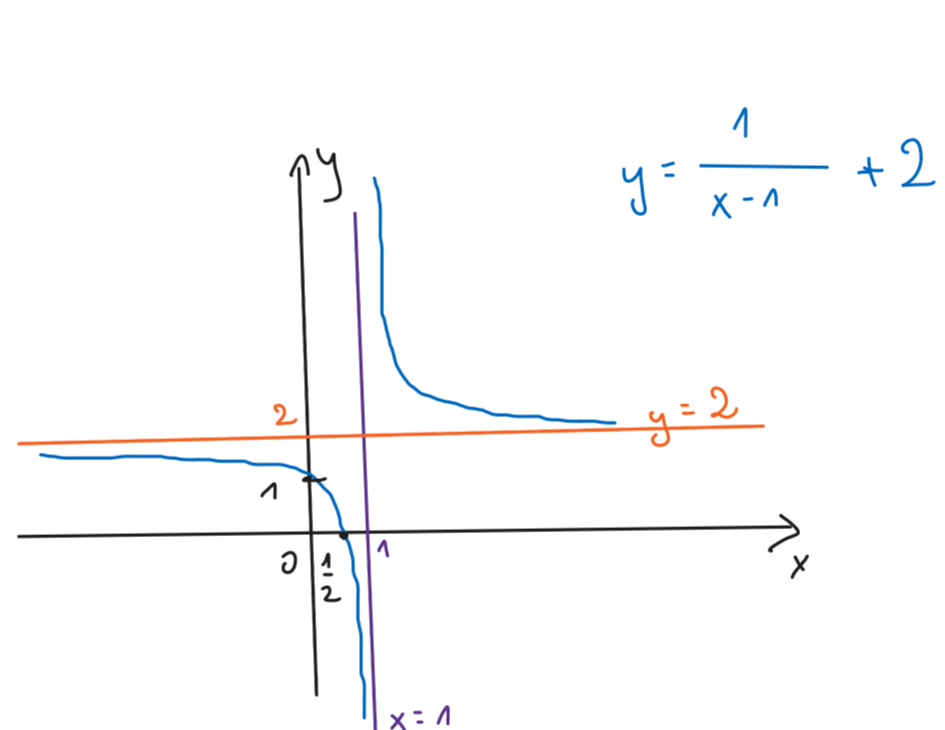
dla $x=0$ mamy
 $y = -1 + 2 = 1$

Miejsce zerowe:

$\frac{1}{x-1} + 2 = 0$

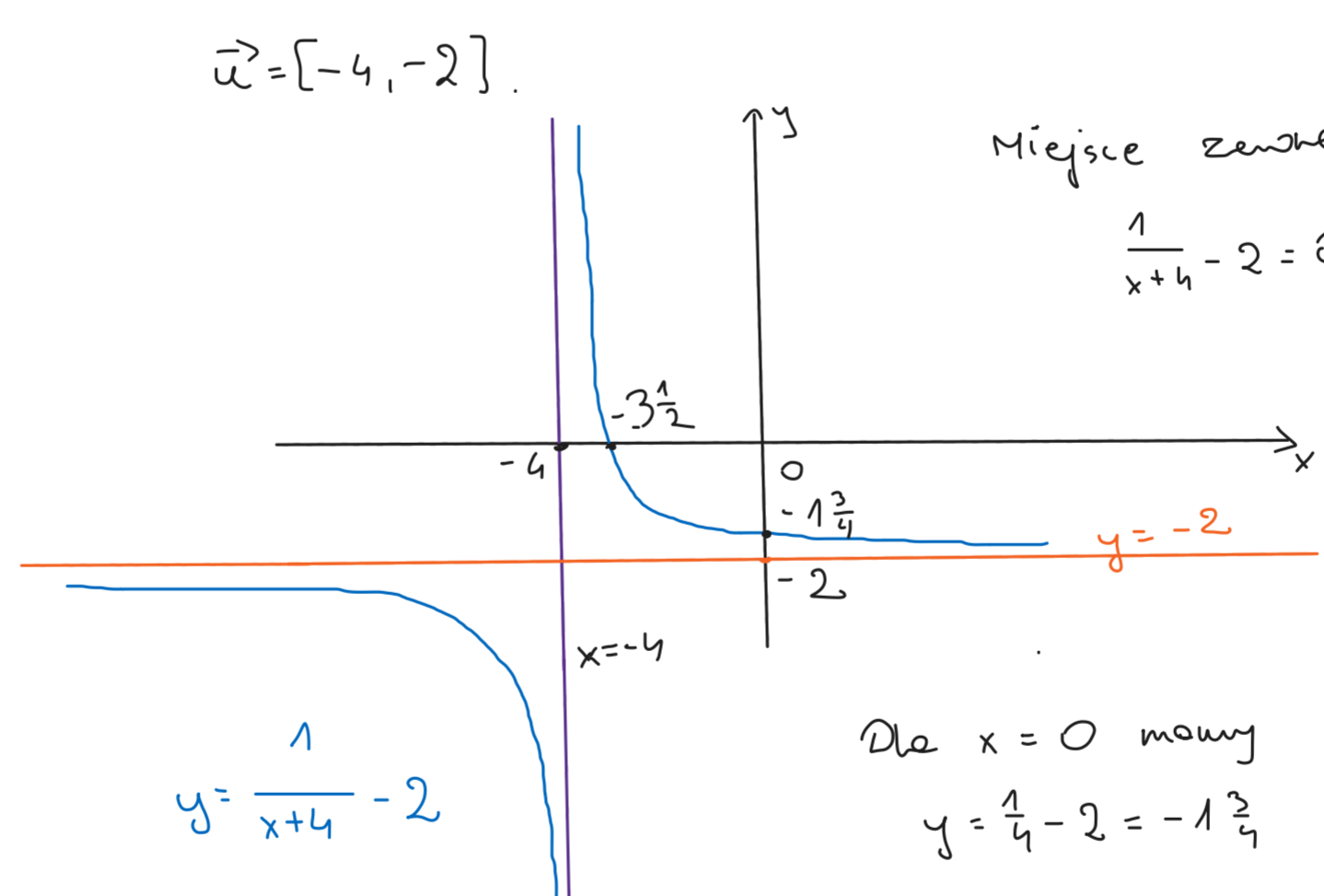
$\frac{1}{x-1} = -2$

$(x-1) \cdot (-2) = 1 \Rightarrow -2x + 2 = 1$
 $-2x = -1$
 $x = \frac{1}{2}$



Zadanie Narysuj wykres funkcji: $y = \frac{1}{x+4} - 2$.

1 krok: szkicujemy wykres funkcji $y = \frac{1}{x}$
 2 krok: przesuwamy wykres funkcji $y = \frac{1}{x}$ o wektor
 $\vec{u} = [-4, -2]$.



Miejsce zerowe:

$\frac{1}{x+4} - 2 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x+4} = 2$

$2(x+4) = 1$

$2x + 8 = 1$

$2x = -7 \quad | : 2$

$x = -\frac{7}{2} = -3\frac{1}{2}$

Dla $x=0$ mamy

$y = \frac{1}{4} - 2 = -1\frac{3}{4}$

Zadanie Wykonaj działania

1) $\frac{1}{2x} - \frac{3}{8x} = \frac{4}{8x} - \frac{3}{8x} = \frac{4-3}{8x} = \frac{1}{8x}$

2) $\frac{1}{x-4} + \frac{1}{x+4} = \frac{1 \cdot (x+4)}{(x-4)(x+4)} + \frac{1 \cdot (x-4)}{(x-4)(x+4)} = \frac{x+4+x-4}{(x-4)(x+4)} = \frac{2x}{(x-4)(x+4)}$

3) $\frac{5}{x+3} - \frac{2}{x+1} = \frac{5(x+1) - 2(x+3)}{(x+3)(x+1)} = \frac{5x+5-2x-6}{(x+3)(x+1)} = \frac{3x-1}{(x+3)(x+1)}$

4) $\frac{2x+1}{x+5} + \frac{3x}{x-2} = \frac{(2x+1)(x-2) + 3x(x+5)}{(x+5)(x-2)}$
 $= \frac{2x^2 - 4x + x - 2 + 3x^2 + 15x}{(x+5)(x-2)} = \frac{5x^2 + 12x - 2}{(x+5)(x-2)}$

Zadanie Rozwiąż równanie

$\frac{1}{x} + \frac{1}{3x} = 8 \quad D_x = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$\frac{1 \cdot 3}{3x} + \frac{1}{3x} = 8$

$\frac{3+1}{3x} = 8$

$\frac{4}{3x} = 8$

$3x \cdot 8 = 4 \cdot 1$

$24x = 4 \quad | : 24$

$x = \frac{4}{24}$

$x = \frac{1}{6} \in D_x$

Odp.: $x = \frac{1}{6}$