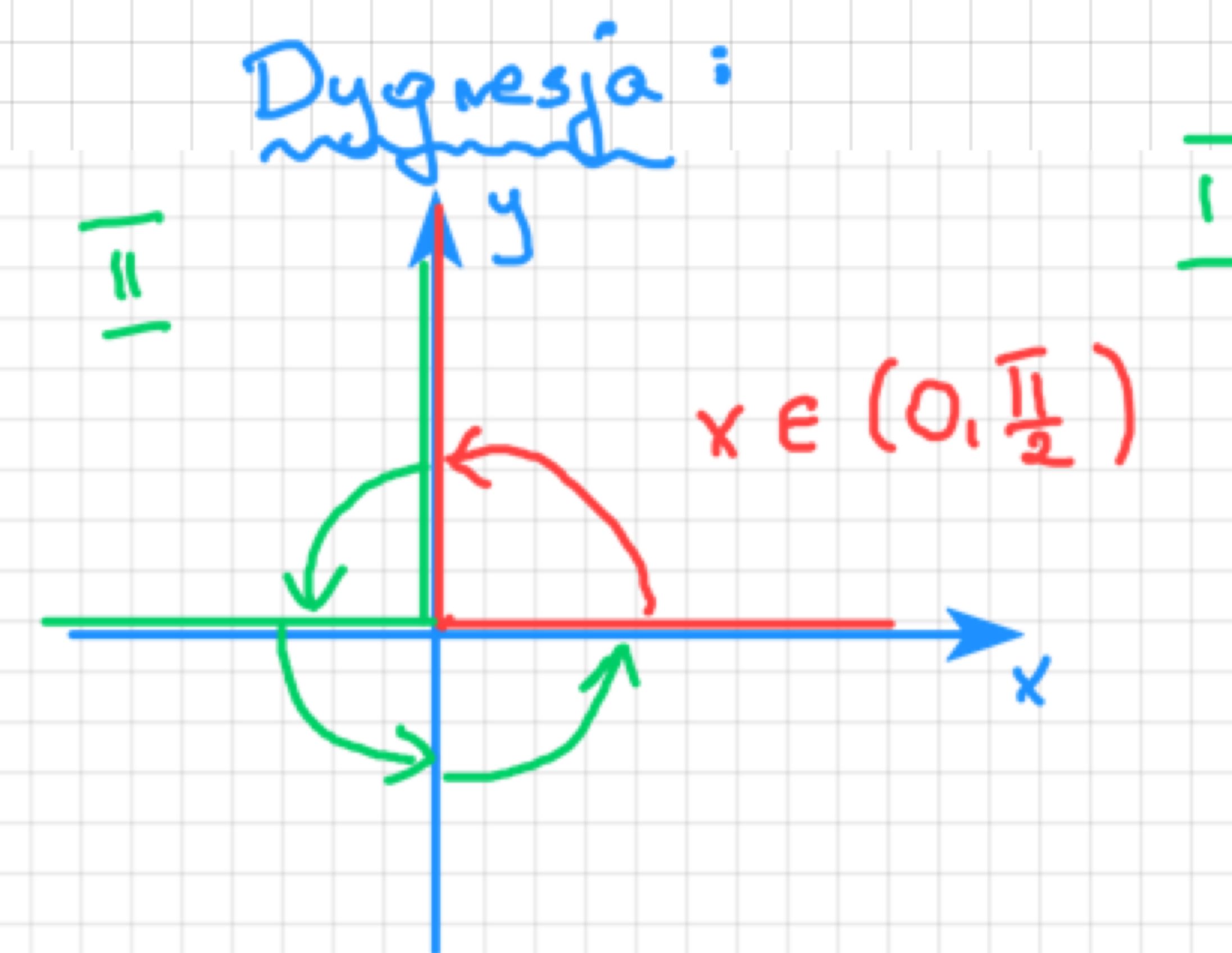
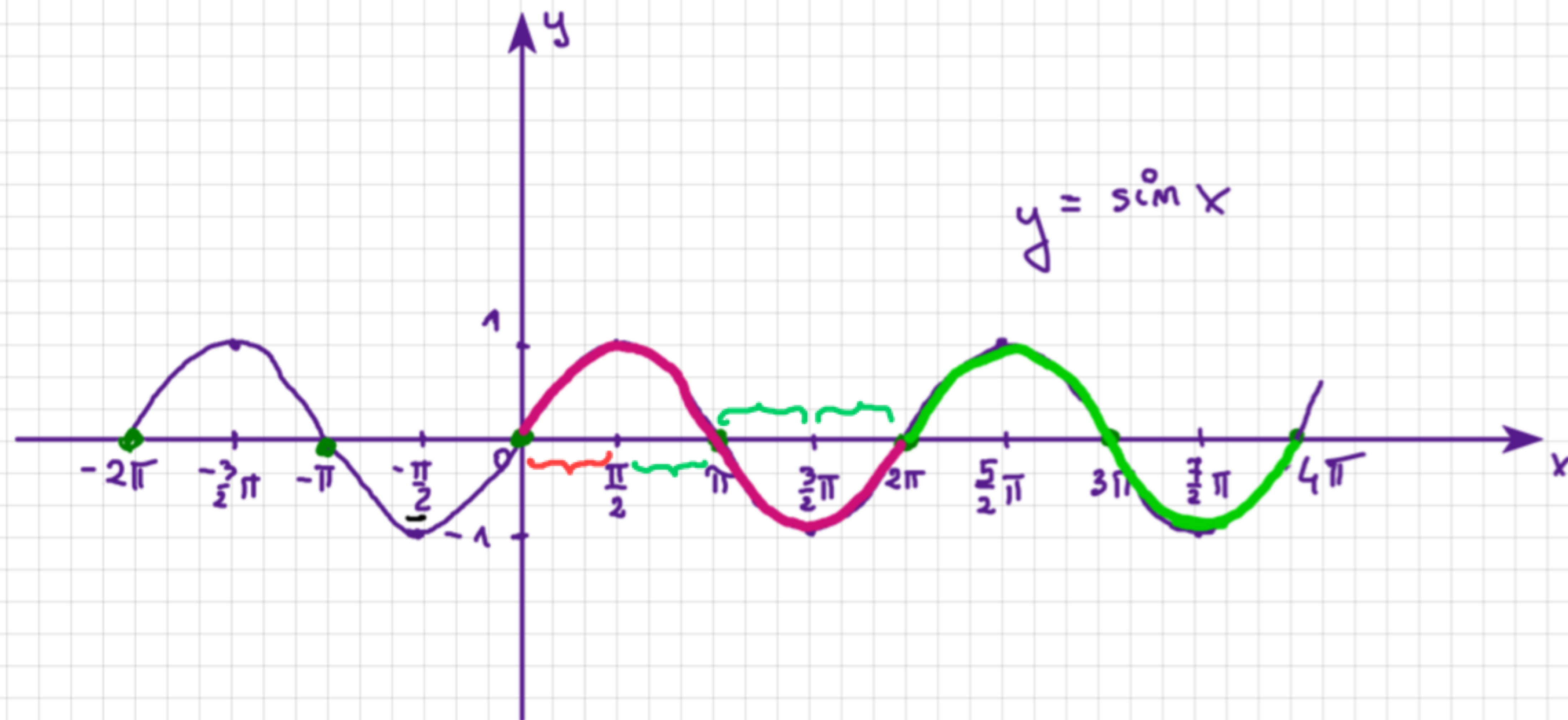


23.10.2025r.

(1) $f(x) = \sin x$ $x \in \mathbb{R}$, $y \in \langle -1, 1 \rangle$



Własności funkcji $f(x) = \sin x$

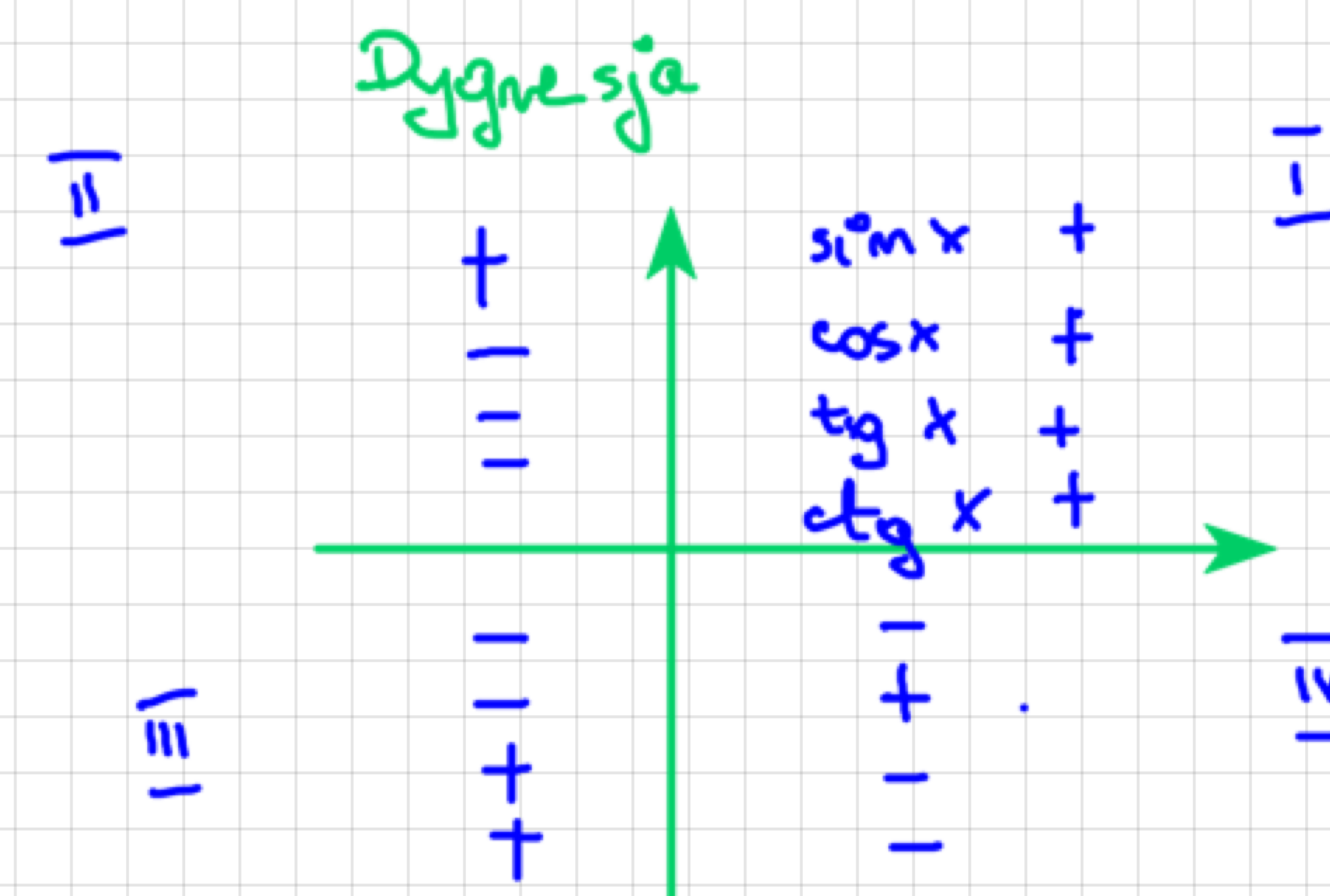
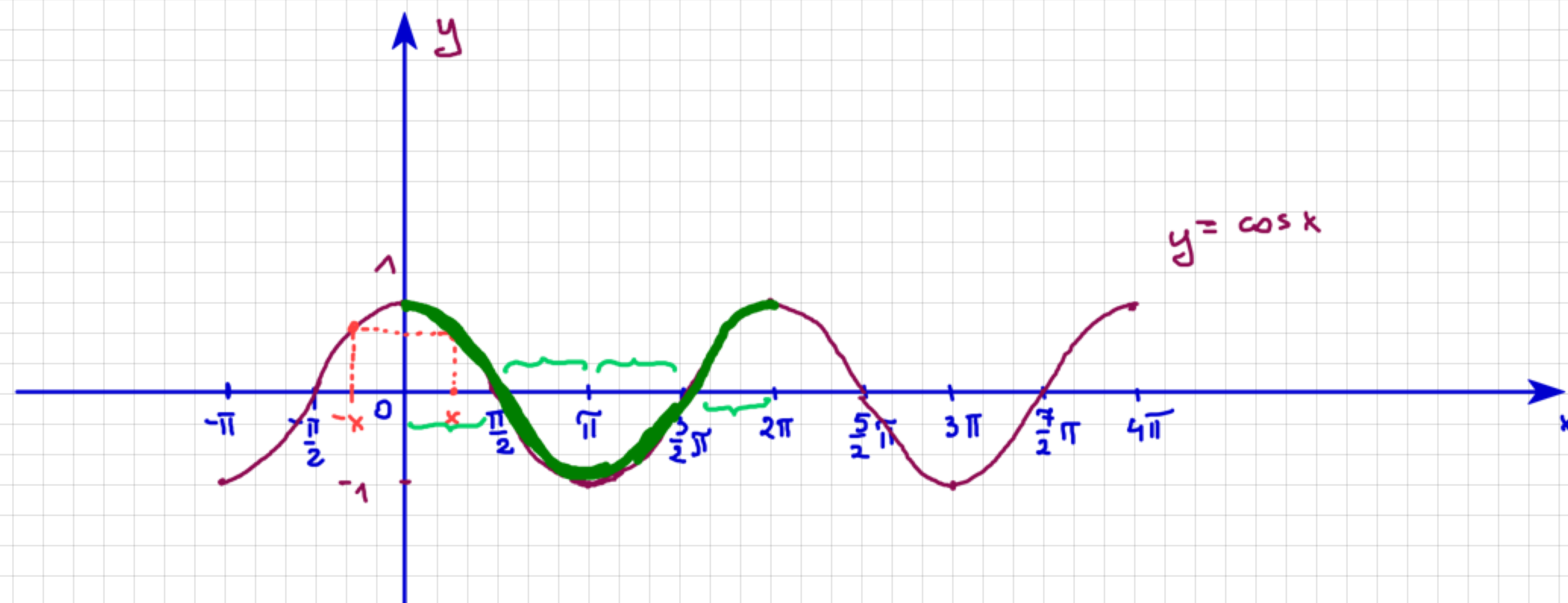
- 1) Miejsca zerowe : $x_0 = 0 + k \cdot \pi$, $k \in \mathbb{Z}$ (liczby całkowite)
- 2) Funkcja $\sin x$ jest funkcją nieparzystą, tzn. $\sin(-x) = -\sin x$
- 3) Jest to funkcja okresowa, o okresie podstawowym równym 2π .

Okres funkcji $\sin x$ wynosi $T = 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

- 4) Funkcja jest rosnąca na przedziałach postaci : $(-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$

Funkcja jest malejąca na przedziałach postaci : $(\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$

(2) $f(x) = \cos x$ $x \in \mathbb{R}$ $y \in \langle -1, 1 \rangle$



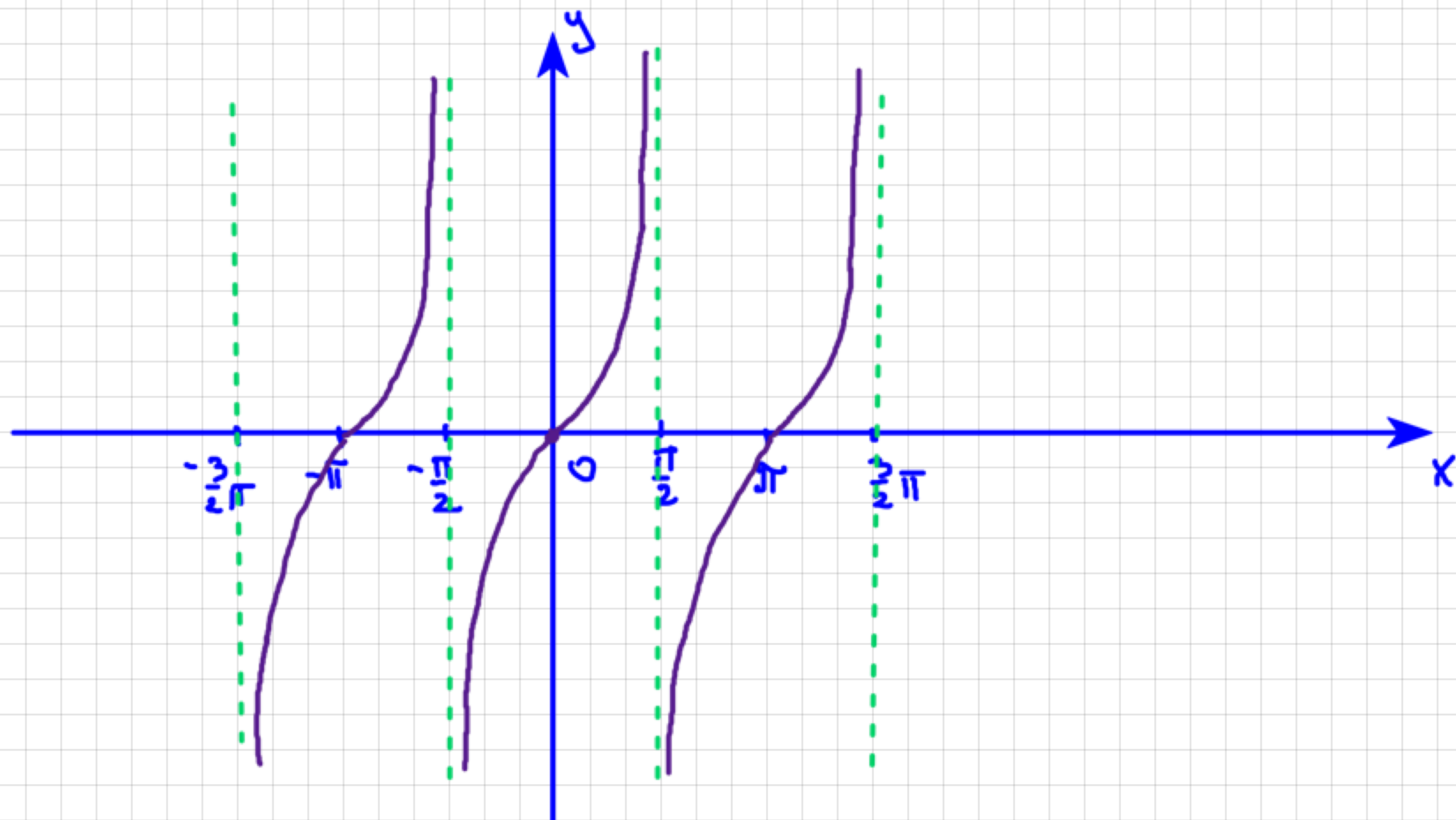
Własności:

- 1) Miejsca zerowe: $x_0 = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$
- 2) Funkcja $\cos x$ jest funkcją parzystą, tzn. $\cos(-x) = \cos x$.
- 3) Jest to funkcja okresowa o okresie podstawowym równym 2π .
Okres funkcji $\cos x$ jest równy $T = 2|k|\pi$, $k \in \mathbb{Z}$
- 4) Funkcja $\cos x$ jest rosnąca na przedziałach: $(\pi + 2k\pi, 2\pi + 2k\pi)$.
Funkcja $\cos x$ jest malejąca na przedziałach: $(2\pi + 2k\pi, 3\pi + 2k\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$.

③ $f(x) = \operatorname{tg} x$

$x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}, k \in \mathbb{Z}$

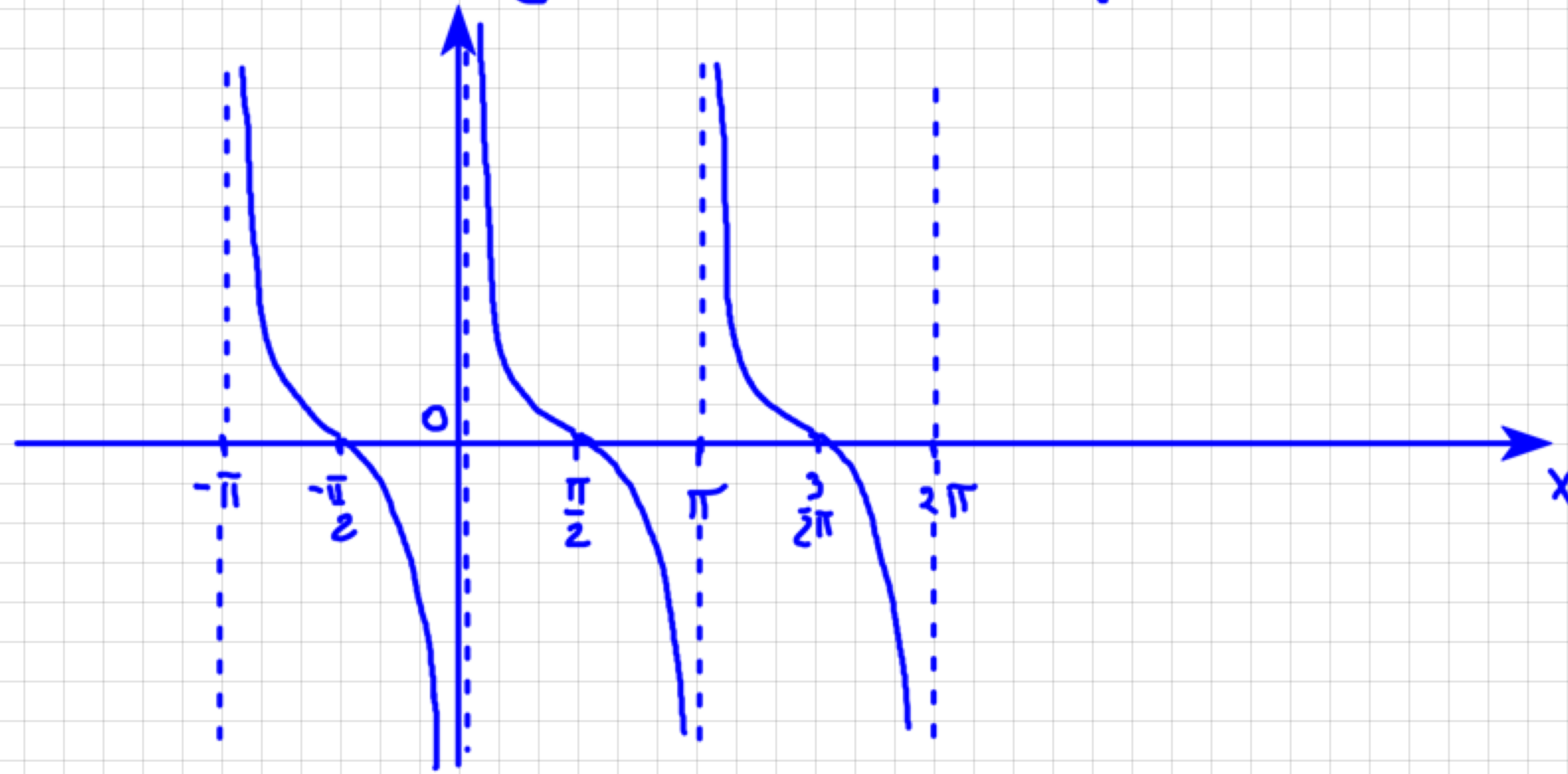
$y \in \mathbb{R}$



Własności

- 1) Miejsca zerowe: $x_0 = 0 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- 2) Funkcja $\operatorname{tg} x$ jest nieparzysta, tzn. $\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$
- 3) Jest to funkcja okresowa, o okresie podstawowym równym π .
Okres funkcji $\operatorname{tg} x$ jest równy $T = k \cdot \pi, k \in \mathbb{Z}$
- 4) Funkcja $\operatorname{tg} x$ jest rosnąca na przedziałach: $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi \right)$

④ $f(x) = \operatorname{ctg} x$ $x \in \mathbb{R} \setminus \{0 + k\pi\}$ $y \in \mathbb{R}$



Własności

- 1) Miejsca zerowe : $x_0 = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$
- 2) Funkcja $\operatorname{ctg} x$ jest nieparzysta , tzn. $\operatorname{ctg}(-x) = -\operatorname{ctg} x$.
- 3) Jest to funkcja okresowa , o okresie podstawowym π .
Okres funkcji $\operatorname{ctg} x$ jest równy $T = k \cdot \pi$, $k \in \mathbb{Z}$
- 4) $\operatorname{ctg} x$ jest funkcją malejącą na przedziałach $(0 + k\pi, \pi + k\pi)$.

$$\sin(-x) = -\sin x$$

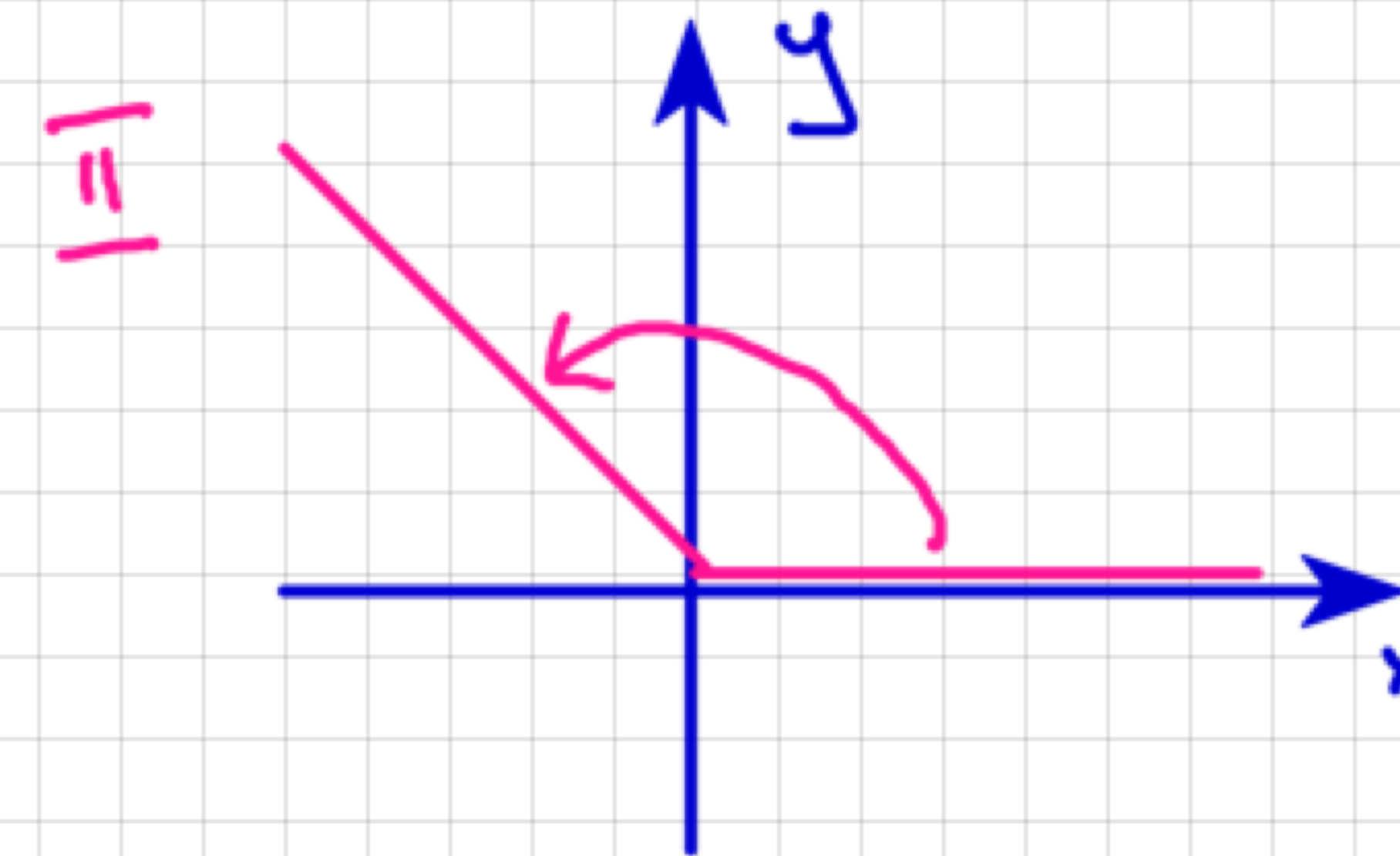
$$\cos(-x) = \cos x$$

$$\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$$

$$\operatorname{ctg}(-x) = -\operatorname{ctg} x$$

Mozna też tak: pamiętaj kąt 90°

$$\sin 120^\circ = \sin(2 \cdot 90^\circ - 60^\circ) = +\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



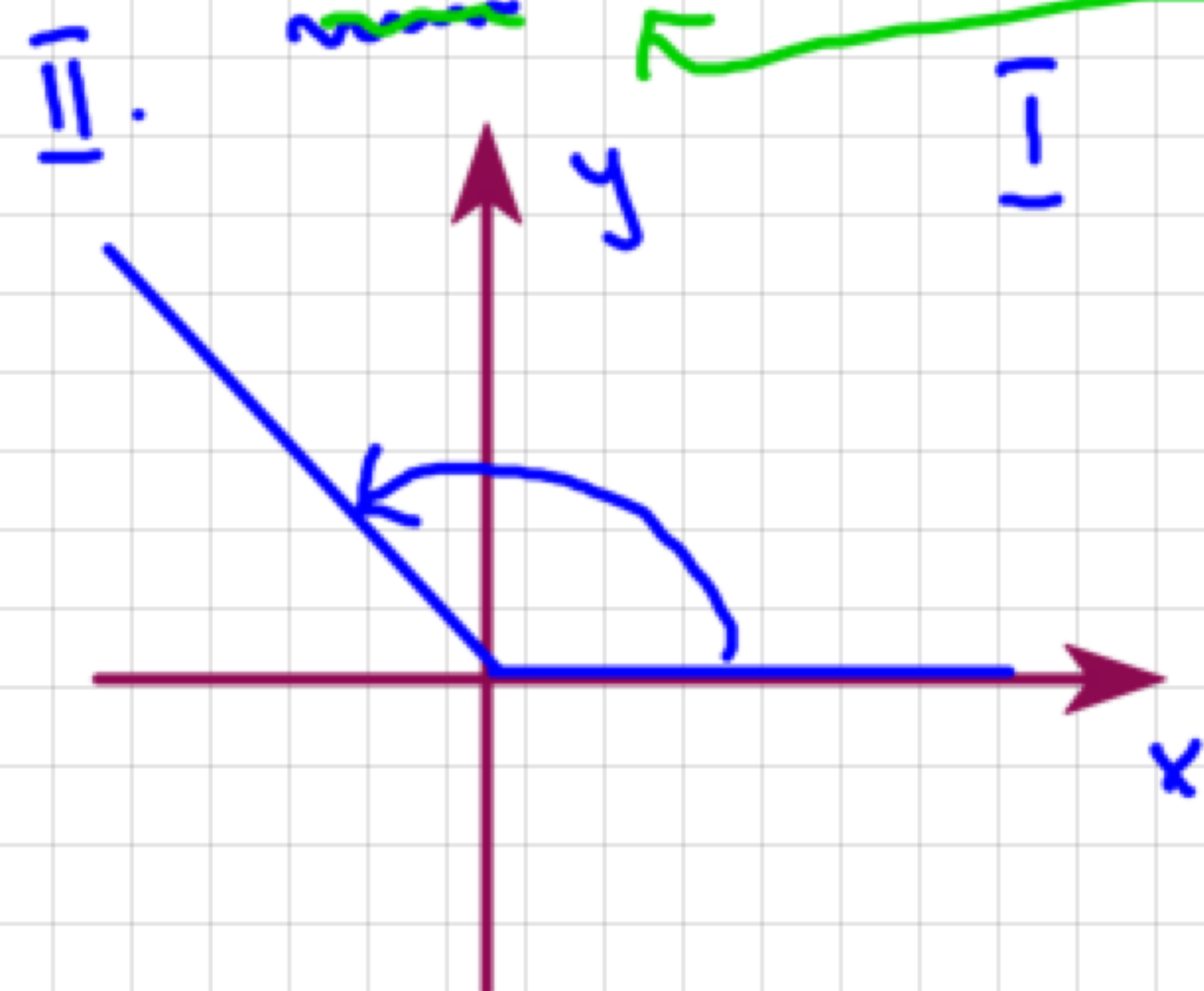
Wzory redukcyjne

Przykład

Obliczmy:

kąt 90°
niepamiętaj

$$1) \sin 120^\circ = \sin(1 \cdot 90^\circ + 30^\circ) = +\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



Zawsze patrzmy na funkcję, która była na początku.

Wniosek Oblicz a) $\sin 300^\circ$, $\cos 225^\circ$, $\operatorname{tg} 150^\circ$