

Zajęcia nr 5

15.10.2025r.

Zadanie

Wykonaj dzielenie wielomianów

$$\begin{array}{l} \text{a)} \quad \frac{2x-2}{(2x^3+8x-1) : (x^2+x+3)} \\ - \frac{(2x^3+2x^2+6x)}{= -2x^2+2x-1} \\ - \frac{(-2x^2-2x-6)}{= 4x+5 \quad (\text{reszta})} \end{array}$$

$$2x^3+8x-1 = (2x-2) \cdot (x^2+x+3) + 4x+5$$

$$\begin{array}{r}
 6) \quad \frac{-3x-1}{(-3x^3-x^2+3x-4) : (x^2-4)} \\
 - (-3x^3+12x) \\
 \hline
 = -x^2-9x-4 \\
 - (-x^2+4) \\
 \hline
 = -9x-8 \text{ (resto)}
 \end{array}$$

$$-3x^3-x^2+3x-4 = (-3x-1) \cdot (x^2-4) - 9x-8$$

$$\begin{array}{r}
 c) \quad 2x^2 - 5x + 5 \\
 \hline
 (2x^4 - 3x^3 - 5x + 2) : (x^2 + x) \\
 - (2x^4 + 2x^3) \\
 \hline
 = \quad -5x^3 - 5x + 2 \\
 \quad - (-5x^3 - 5x^2) \\
 \quad \hline
 \quad = 5x^2 - 5x + 2 \\
 \quad \quad - (5x^2 + 5x) \\
 \quad \quad \hline
 \quad \quad = -10x + 2 \quad (\text{reszta})
 \end{array}$$

$$2x^4 - 3x^3 - 5x + 2 = (2x^2 - 5x + 5) \cdot (x^2 + x) - 10x + 2$$

Zadanie

Rozwiąż nierówność

① $(x-1) \cdot (x-2)^2 \cdot x^4 \geq 0$

st(w) = 7

$$(x-1)=0 \quad \vee \quad (x-2)^2=0 \quad \vee \quad x^4=0$$

$$x=1$$

$\vee$

$$x-2=0$$

$\vee$

$$x=0$$

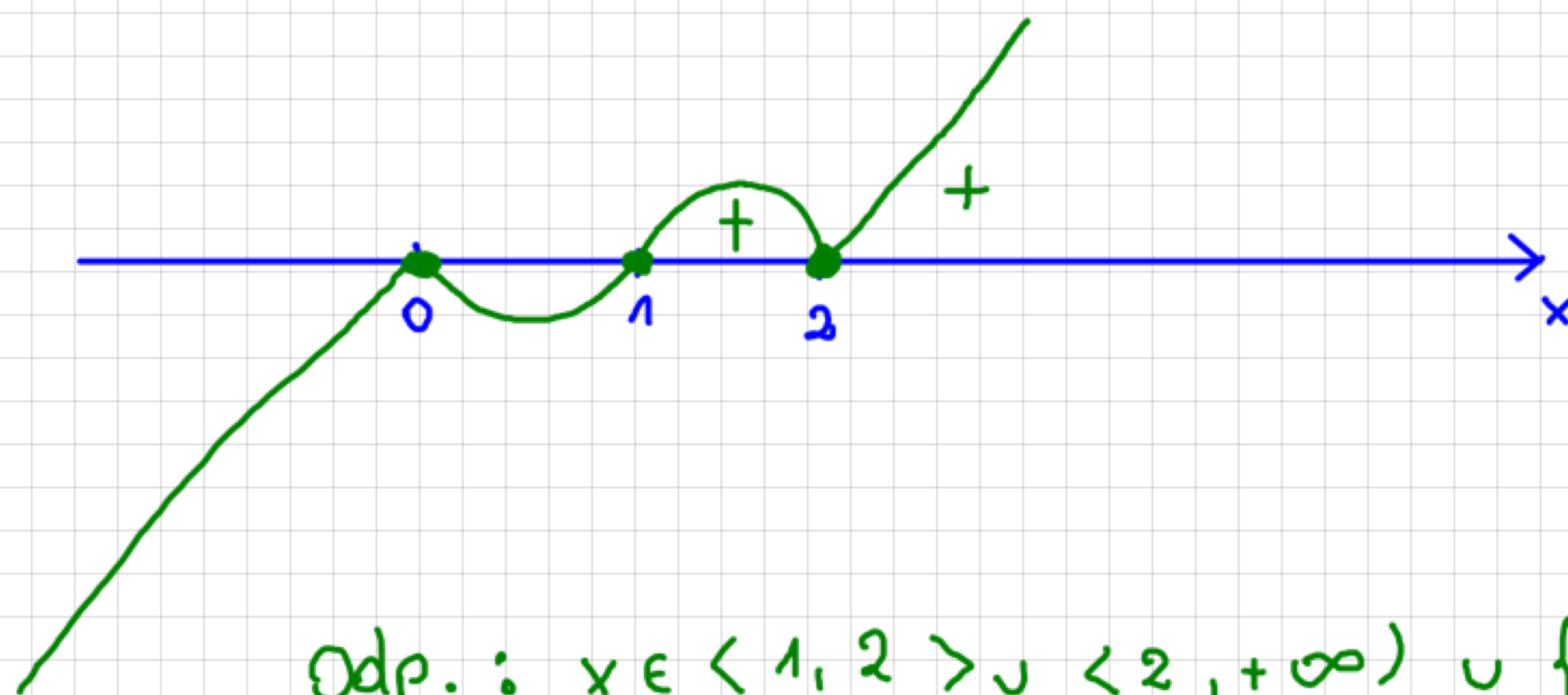
$$\begin{array}{l} x=1 \\ k=1 \end{array}$$

$\vee$

$$\begin{array}{l} \underline{x=2} \\ k=2 \end{array}$$

$\vee$

$$\begin{array}{l} \underline{x=0} \\ k=4 \end{array}$$



$$\text{Odp.: } x \in \langle 1, 2 \rangle \cup \langle 2, +\infty \rangle \cup \{0\}$$

Można też tak zapisać odpowiedź:

$$x \in \langle 1, +\infty \rangle \cup \{0\}$$

$$(2) \quad (4 - 2x) \cdot \overbrace{(x^2 - 2x + 1)}^{(x-1)^2} \cdot \overbrace{(3 - 6x + x^2)}^{(3-x)^2} < 0$$

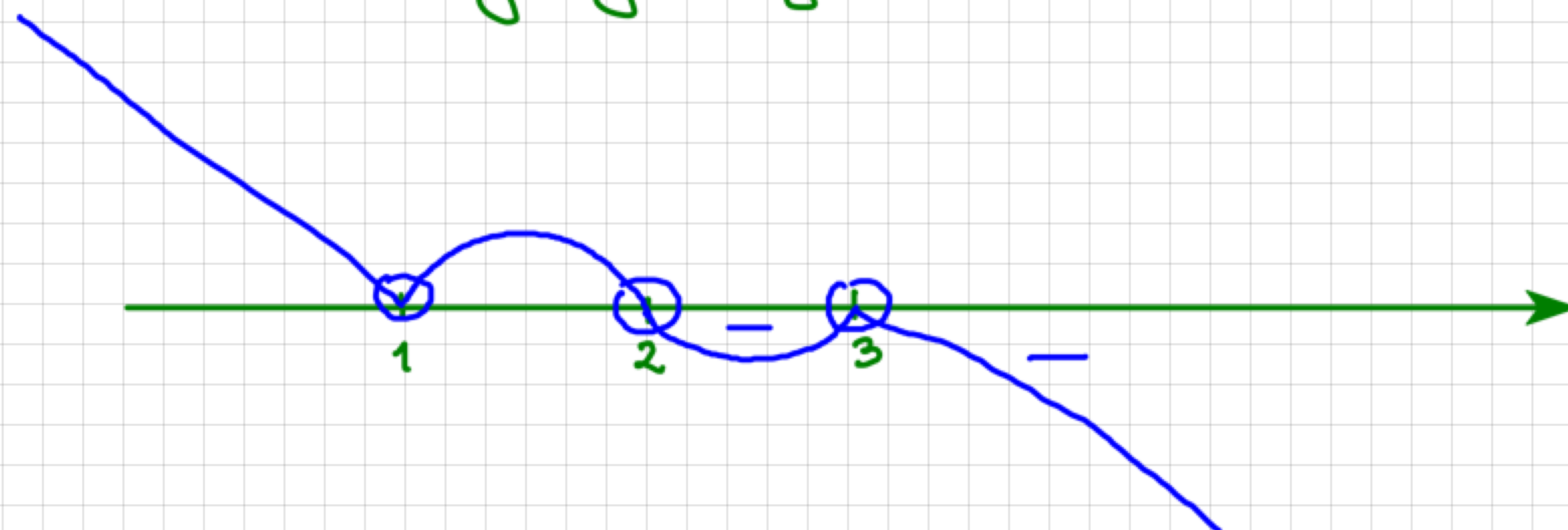
$$4 - 2x = 0 \quad \vee \quad x - 1 = 0 \quad \vee \quad 3 - x = 0$$

$$4 = 2x \quad | :2 \quad \underline{x = 1} \quad \vee \quad \underline{x = 3}$$

$$x = 2$$

$$\text{st}(w) = 5$$

Współczynnik przy x^5 jest ujemny, więc od prawej
szkicujemy wykres wielomianu od dołu.



$$\text{Odp.: } x \in (2, 3) \cup (3, +\infty)$$

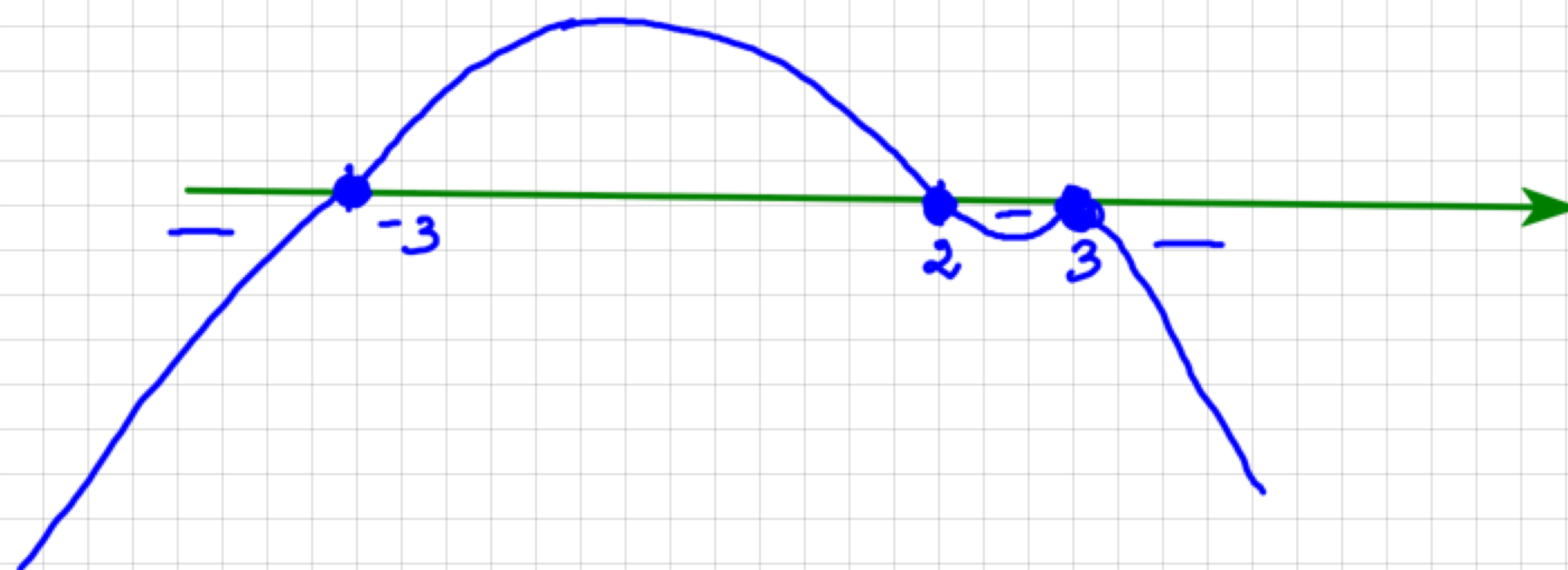
$$(3) \quad (3-x) \cdot (9-x^2) \cdot (2-x) \leq 0$$

$$x=3 \vee 9-x^2=0 \vee x=2$$

$$\underline{x=3} \vee \underline{x=-3} \vee x=-3 \vee x=2$$

$$\text{st}(w)=4$$

Imy x^4 współczynnik jest ujemny, więc od prawej strony szkicujemy
rysunek wielomianu od dołu.



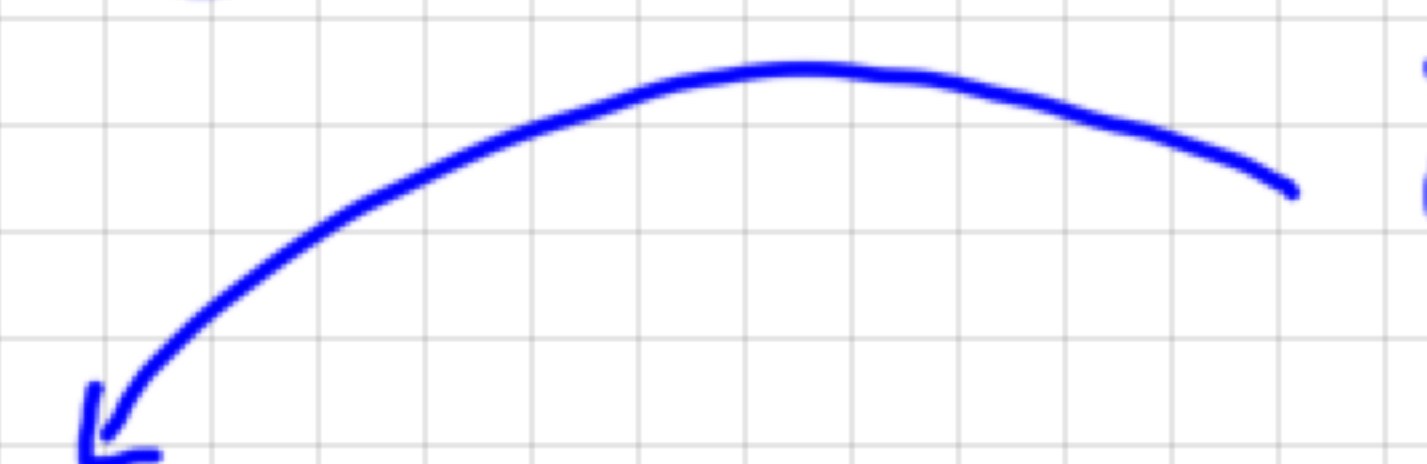
$$\text{Odp.: } x \in (-\infty, -3) \cup (2, +\infty)$$

Funkcja wymierna:

$$f(x) = \frac{w(x)}{p(x)}, \quad p(x) \neq 0$$

Zadanie Określ dziedzinę funkcji:

a) $f(x) = \frac{x+3}{x^2-9}$

$$\begin{aligned} D_f : x^2 - 9 &\neq 0 \\ x^2 &\neq 9 \\ x &\neq 3 \quad \wedge \quad x \neq -3 \end{aligned}$$


$$D_f = \mathbb{R} \setminus \{-3, 3\}$$

b) $f(x) = \frac{x-1}{x^2+4}$

$$\begin{aligned} D_f : x^2 + 4 &\neq 0 \\ x &\in \mathbb{R} \end{aligned}$$

$$D_f = \mathbb{R}$$

c) $f(x) = \frac{2x+4}{(x-1) \cdot (x+5)}$

d) $f(x) = \frac{1}{x^2 \cdot (x^2 - x - 2)}$